3

EL ALGEBRA

REEMPLAZADA

POR LA ARITMÉTICA

EN LOS PROBLEMAS

DE INTERÉS COMPUESTO, ANUALIDADES, AMORTIZACION, &c.;

terminado por una aplicacion especial del mismo método á la extincion de la Deuda pública,

por J.-B. Juvigny,

de la Sociedad Real Académica de Ciencias de París:

TRADUCIDO AL CASTELLANO

por D. José Perez Hervás.

MADRID Y MAYO, 1833.

IMPRENTA, calle del Amor de Dios, n.° 14.

ADVERTENCIA DEL TRADUCTOR.

La traduccion que ha hecho don Victoriano de Encima y Piedra de la obra de Mr. Hennet sobre la teoría del Crédito Público, me sugirió la idea de emprender la del presente tratado, creyendo que no dejará de ser útil á las personas que por su empleo, ó por el uso que hacen de sus capitales, se ven en la precision de hacer cálculos fundados en la teoría del interés compuesto, y que podria tal vez este opúsculo servir de complemento práctico á la citada obra, comprobando con los números, único lenguage de la hacienda, los principios que se desenvuelven en ella.

Ningun mérito hay en esta traduccion. Mi objeto no ha sido otro que el de ser útil á mis compañeros y á mis compatriotas. Si consigo este objeto he hecho un bien. En el caso contrario no he perdido sino el trabajo de algunas horas.

Madrid 1.° de Febrero de 1829.

PRÓLOGO.

El título de este opúsculo puede que parezca demasiado ambicioso; pero confieso francamente que no le he escogido, sino porque me ha parecido ser el que presentaba una idea mas exacta de su objeto. La mayor parte de los problemas sobre que versa, considerados como de mera especulativa, se hallan únicamente en los tratados de Algebra, como pertenecientes á las matemáticas sublimes, de modo que su solucion no está al alcance sino de un corto número de geómetras.

En el dia que se discuten en todas partes cuestiones de economía política de la mayor importancia, y que exigen conocimientos muy profundos en el ramo de la amortizacion: que se ven multiplicar en Europa *las tontinas*, *las cajas de ahorros*, *de supervivencia*, *hipotecarias*, *las compañías de seguros sobre la vida de los hombres*, y en fin tantos establecimientos de prevision, cuyo objeto es admitir imposiciones de capitales, ó hacer operaciones, en las que es indispensable el cálculo de los intereses compuestos y de las anualidades: esta clase de problemas es de una utilidad práctica.

Con este objeto ofrezco al público cuatro tablas, por cuyo medio la solucion de estos problemas depende de una multiplicacion, ó de una division..... La construccion de estas tablas es puramente mecánica: su único mérito consiste en el partido mas ó menos ventajoso que se puede sacar de ellas, y en la claridad y el método con que están redactadas.

La aplicacion especial que he hecho de cada una de estas tablas en particular, encierra en su conjunto cuantas cuestiones pueden proponerse sobre los intereses compuestos; suponiendo todas las combinaciones posibles en las imposiciones: esto conduce á las anualidades propia é impropiamente llamadas así, y á la amortizacion de la deuda pública. El uso de estas tablas suple á los conocimientos algebráicos en la solucion de estos diferentes problemas, por complicados que sean, y proporciona los mismos resultados por medio de unas sencillísimas reglas de proporcion.

He reservado para el fin, á causa de su extrema dificultad, la aplicacion especial del mismo método á la extincion de la deuda pública. Tal vez me culparán los matemáticos de demasiado prolijo en esta parte, la mas escabrosa de la obra. ¿Pero cómo evitar este defecto cuando se trata de poner al alcance de personas que apenas conocen los primeros elementos del cálculo, las cuestiones mas árduas del Algebra, y sobre todo cuando se trata de hacer palpable su solucion? La cuarta tabla debiera igualmente preceder á la tercera, puesto que debe á esta última su construccion; pero á causa del mismo embarazo de posicion me he visto precisado á invertir su órden natural.

Todos los cálculos comprendidos en el presente tratado están efectuados sin el auxilio del Algebra; así los lectores de todas clases podrán por este medio comprobar su exactitud.

ADVERTENCIA.

Los números colocados entre dos paréntesis indican los artículos en que se fundan aquellos en que se citan. Será necesario volverlos á ver sino se tiene presente la relacion que el primer artículo tiene con el segundo.

EL ALGEBRA
REEMPLAZADA
POR LA ARITMÉTICA.

NOCIONES PRELIMINARES
relativas al interés compuesto de los capitales.

1.º Llámase interés *sencillo ó simple* el interés que no se acumula con el capital que le ha producido. Pero cuando el capitalista en lugar de retirar al fin de cada año el interés de su capital le une á éste con el objeto de hacerle producir á su vez otro interés en el año siguiente, esto es, acumula el interés con el capital que le ha producido; en este caso el capitalista, por medio de esta acumulacion de intereses, percibe el interés del interés, es decir, el *interés compuesto* (*).

La solucion de los problemas relativos al interés compuesto y á las anualidades está fundada sobre la teoría de las progresiones geométricas y de los logaritmos, y exige conocimientos profundos en el Algebra; conocimientos que pocas personas poseen. No obstante, estas cuestiones sirven de base, no solo al ingeniosísimo sistema de la amortizacion, tan poco conocido entre nosotros, sino tambien á las operaciones de las cajas de acumulacion, y de otros varios establecimientos de pre-

(*) Puede decirse en lugar de esto, que el capitalista convierte el producto de su capital en el año anterior, en capital para el año siguiente; y en este caso lo que recibe es el interés de su capital primitivo mas el interés del capital que ha ido acumulando por medio de sus ahorros. A este sistema de economías, que no nos es del caso, debe la especie humana el aumento de riqueza en todos los ramos de la produccion. (*Nota del Traductor.*)

vision que se han formado y multiplicado en Europa de algun tiempo á esta parte de un modo prodigioso. Es pues del mayor interés que el comercio en general, y los empleados en la administracion, tanto superiores como subalternos, poco versados en las matemáticas, puedan adquirir los medios de resolver pronta y fácilmente unos problemas que interesan en la actualidad á todos los gobiernos y á la mayor parte de sus súbditos.

Para conseguir este objeto hemos formado unas tablas que pueden suplir bajo este aspecto los conocimientos en el Algebra, y con el auxilio de las cuales se obtienen los mismos resultados por medio de una simple regla de tres.

Estas tablas son cuatro: vamos á indicar sucesivamente su uso. La aplicacion especial que hemos hecho de cada una en particular abraza en su conjunto el círculo de todas las cuestiones relativas á las transacciones ordinarias entre los particulares, y á la administracion económica del gobierno (*).

(*) Para la facilidad de los cálculos hemos conservado á estas tablas su forma decimal, así no se ve en ellas sino reales vellon, y fracciones decimales del real de vellon; pero como en la práctica se deseará saber los maravedís que pueden representar estas fracciones decimales, vamos á explicar el modo de evaluarlas.

La evaluacion de las fracciones decimales, fundada en el mismo principio que la de las fracciones ordinarias, es tanto mas fácil cuanto que su division por el denominador, es por decirlo así, ilusoria, puesto que no consiste sino en la colocacion de la vírgula.

Así si se nos pregunta cuántos maravedís valen 0,78 del real de vellon, como el real de vellon vale 34 maravedís, multiplico 0,78 por 34 y divido su producto 2652 por 100, lo que se reduce á separar por medio de la vírgula los dos guarismos de la derecha, y de este modo conozco que 0,78 de real vellon valen 26 maravedís 0,52 de maravedí.

El mismo principio sirve de base para reducir los maravedís á fraccion decimal del real de vellon. Si ahora quisiéramos representar en fraccion decimal del real de vellon 26,52 maravedís, multiplicaríamos esta cantidad por 100, lo que se reduce á borrar la vírgula, y su producto 2652 dividido por 34 nos daria á conocer que 0,78 de real de vellon equivalen á 26,52 maravedís. (*Nota del Traductor.*)

Uso de la primera tabla, relativa á una sola imposicion efectuada una sola vez.

2. Esta tabla manifiesta el acrecentamiento progresivo, desde 1 hasta 50 años, de un capital de 1,000 reales, cuyos intereses, á 2, 3, 4, 5 y 6 por 100 al año se hubiesen ido acumulando.

En todos los problemas de interés compuesto hay necesariamente cuatro elementos constitutivos: el capital primitivo, la tasa del interés, el tiempo que dura la imposicion, y el capital obtenido en último resultado. Siempre que se conozcan tres de estos cuatro elementos, será muy fácil determinar el cuarto por medio de la tabla primera; con tal que la tasa del interés esté comprendida en dicha tabla. Esto da lugar á cuatro cuestiones distintas que se resuelven en los ejemplos siguientes: 1.º, 3.º, 5.º y 7.º; porque los ejemplos 2.º, 4.º, 6.º y 8.º no son sino una repeticion de aquellos.

EJEMPLO 1.º

¿A cuánto ascenderá al cabo de 14 años un capital de 25,000 reales impuesto al interés compuesto de 5 por 100 al año?

Empiezo por buscar en la tabla primera y en la columna del 5 por 100 la cantidad correspondiente á 14 años, y hallo que esta cantidad es 1,979 rs. 93 cent., en seguida digo: si un capital primitivo de 1,000 rs., del cual se han acumulado los intereses á razon de 100 al año, asciende al cabo de 14 años á 1,979 rs. 93 cent.; ¿á cuánto ascenderá al cabo del mismo tiempo un capital primitivo de 25,000 rs.? Este raciocinio conduce á la proporcion siguiente:

1,000 rs. : 1,979 rs. 93 cent. : : 25,000 rs. : x,

cuyo cuarto término, 49,498 rs. 25 cent., satisface á la cuestion.

EJEMPLO 2.º

¿A cuánto ascenderá al cabo de 14 años y 4 meses un capital de 25,000 rs. impuesto al interés compuesto de 5 por 100 al año?

Empiezo por añadir á 1,979 rs. 93 cent. (producto de 1,000 rs. durante 14 años), 32 rs. 99 cent., interés sencillo de 1,000 rs. durante 4 meses, lo que da por total 2,012 rs. 92 cent., y luego digo: si un capital primitivo de 1,000 rs., cuyos intereses á 5 por 100 al año se han acumulado por espacio de 14 años y 4 meses, asciende á 2,012 rs. 92 cent., ¿á cuánto ascenderá al cabo del mismo tiempo un capital primitivo de 25,000 rs.? Este raciocinio conduce á la proporcion siguiente:

1,000 rs. : 2,012 rs. 92 cent. : : 25,000 rs. : x ,

cuyo cuarto término, 50,323 rs., satisface á la cuestion.

Téngase presente, que para saber el interés sencillo de 1,979 rs. 93 cent. durante 4 meses á la tasa de que se trata, basta dividir esta cantidad por 60; lo que se reduce á tomar el 1/6 despues de haber adelantado la vírgula de un lugar á la izquierda. En efecto, 5 por 100 al año es lo mismo que 1/20 por 1 al año; luego 4 meses, siendo el 1/3 de un año deben dar 1/3 de 1/20, ó lo que es lo mismo 1/60.

EJEMPLO 3.º

¿Qué capital se tendrá que imponer al interés compuesto de 5 por 100 al año para obtener al cabo de 14 años un capital de 49,498 rs. 25 cent.? ó en otros términos, *¿cuánto valen de contado 49,498 rs. 25 cent. pagaderos dentro de 14 años?*

Empiezo por buscar en la tabla primera y en la columna de 5 por 100 la cantidad correspondiente á 14 años, y hallo 1,979 rs. 93 cent.; en seguida cambiando el raciocinio del ejemplo 1.º, digo: si un capital de 1,979 rs. 93 cent. proviene de una imposicion primitiva de 1,000 rs., cuyos intereses se han acumulado á razon de 5 por 100 durante 14 años; ¿de

qué imposicion provendrá un capital de 49,498 rs. 25 cent.?
Por consiguiente establezco esta proporcion :

1,979 rs. 93 cent. : 1,000 rs. : : 49,498 rs. 25 cent. : x,

cuyo cuarto término, 25,000 rs., satisface á la cuestion.

Si se reprodujese la misma cuestion con la modificacion siguiente: *¿qué capital debe imponerse al interés compuesto de 5 por 100 al año para que produzca al cabo de 12 años una renta de 4,800 rs.*; ó en otros términos, *¿cuánto vale de contado una renta perpétua de 4,800 rs. exigible al cabo de 12 años?*

Como por el estado de la cuestion la renta debe ser precisamente el interés anual del capital pedido, aumentado de todos los intereses anteriores que se le han acumulado, empiezo por determinar este capital diciendo: si una renta de 5 rs. proviene de un capital de 100 rs., ¿de qué capital provendrá una renta de 4,800 rs.? A este fin establezco la proporcion siguiente:

5 : 100 : : 1,200 : x,

cuyo cuarto término 96,000 me da á conocer que la renta á que aspiro proviene de un capital de 96,000 rs. En este caso la cuestion queda ya reducida á los mismos términos que las dos precedentes; se trata solo de saber *qué capital se debe imponer al interés compuesto de 5 por 100 para obtener* 96,000 *rs. al cabo de 12 años*. El resultado de esta operacion es 53,456 rs. 28 cent.

EJEMPLO 4.º

¿Qué capital debe imponerse al interés compuesto de 5 *por* 100 *al año para obtener al cabo de* 14 *años* 4 *meses un capital de* 50,323 *rs.?* ó en otros términos, *¿cuánto valen de contado* 50,323 *rs. pagaderos dentro de* 14 *años* 4 *meses?*

Tomando siempre 1,000 por término de comparacion, y no teniendo en consideracion sino los años enteros, busco como en el ejemplo precedente el producto de 1,000 rs. al cabo de 14 años; este producto es 1,979 rs. 93 cent. En seguida aumento esta cantidad como he hecho en el 2.º ejemplo de 32 rs. 99 cent., que es su interés sencillo durante 4 meses, lo que da por total 2,012 rs. 92 cent. En fin, cambiando el raciocinio del ejemplo 2.º, digo: ¿si un capital de 2,012 rs. 92 cent. proviene de una imposicion primitiva de 1,000 rs. que ha fructiferado durante 14 años y 4 meses al interés de 5 por 100,

de qué imposicion provendrá un capital de 50,323 rs.? Por consiguiente establezco esta proporcion:

2,012 rs. 92 cent. : 1,000 rs. : : 50,323 rs. : x,

cuyo cuarto término, 25,000 rs., satisface á la cuestion.

EJEMPLO 5.°

Una imposicion de 25,000 rs. al interés compuesto de 5 por 100 al año, ha producido al cabo de cierto tiempo 49,498 rs. 25 cent., ¿cuánto tiempo ha durado la imposicion?

En primer lugar busco el valor proporcional de 1,000 rs. al cabo del mismo tiempo que el que constituye el objeto de la cuestion, digo pues: si 25,000 rs. de los cuales se han acumulado los intereses á 5 por 100 al año han producido 49,498 rs. 25 cent., al cabo de cierto tiempo ¿cuánto producirán 1,000 rs. al cabo del mismo tiempo? Raciocinio que conduce á la proporcion siguiente:

25,000 rs. : 49,498 rs. 25 cent. : : 1,000 rs. : x,

cuyo cuarto término es 1,979 rs. 93 cent. En seguida busco esta cantidad (T. 1.ª) en la columna del 5 por 100, y el número 14 á que corresponde en la columna de los años, sirve de respuesta á la cuestion.

EJEMPLO 6.°

Un capital de 25,000 rs. impuesto al interés compuesto de 5 por 100 ha producido 50,323 rs., ¿cuánto tiempo ha durado la imposicion?

Tomando siempre á 1,000 rs. por unidad, busco en primer lugar cuánto produciría esta cantidad en el mismo tiempo que el que constituye el objeto de la cuestion, por medio de la proporcion siguiente, semejante á la del ejemplo precedente, y fundada absolutamente en el mismo raciocinio.

25,000 rs. : 50,323 rs. : : 1,000 rs. : x,

cuyo cuarto término es 2,012 rs. 92 cent. Busco en seguida (T. 1.ª) en la columna del 5 por 100 esta cantidad, que no se

halla en ella; pero como es intermedia entre 1,979 reales 93 cent. y 2,078 rs. 93 cent., correspondientes respectivamente á 14 y 15 años, es prueba que la imposicion ha durado mas de 14 años y menos de 15; esto es, 14 años mas una fraccion de año que determinaré del modo siguiente:

Tomo 99 rs., diferencia entre 1,979 rs. 93 cent. y 2,078 rs. 93 cent.; diferencia que es precisamente el interés sencillo de 1,979 rs. 93 cent. durante un año, puesto que segun el sistema de construccion de la tabla primera, cada cantidad se compone de la cantidad que la precede inmediatamente aumentada de su interés sencillo durante un año.

Tomo igualmente la diferencia 32 rs. 99 cent. entre 1,979 rs. 93 cent. y 2,012 rs. 92 cent., diferencia que no es otra cosa que el interés sencillo de 1,979 rs. 93 cent., durante la porcion de año desconocida; y como estas dos diferencias están en razon directa de los dias de interés relativos, debo hallar el exceso de los 14 años en el cuarto término de la proporcion siguiente:

99 rs. : 32 rs. 99 cent. : : 365 dias : x,

que es 120 dias ó 4 meses; los que añadidos á los 14 años, dan á conocer que la duracion de la imposicion ha sido de 14 años 4 meses.

EJEMPLO 7.°

Una cantidad de 25,000 *rs. ha producido á interés compuesto al cabo de* 14 *años* 49,498 *rs.* 25 *cent.; ¿á qué interés estaba impuesta?*

Empiezo por buscar, como en el ejemplo 5.°, cuánto producirían 1,000 rs. impuestos al mismo interés que el que se desea saber, y á este efecto digo: si 25,000 rs. han producido á cierto interés 49,498 rs. 25 cent., al cabo de 14 años ¿cuánto producirán 1,000 rs. al cabo del mismo tiempo? Por consiguiente establezco la proporcion siguiente:

25,000 rs. : 49,498 rs. 25 cent. : : 1,000 rs. : x,

cuyo cuarto término es 1,979 rs. 93 cent. En seguida recorro la Tabla 1.ª en la columna de los 14 años hasta que hallo dicha cantidad en una de las cinco columnas de las tasas, y

como se halla en la del 5 por 100, concluyo que la tasa pedida es 5 por 100 al año.

EJEMPLO 8.°

Una cantidad de 25,000 *rs. ha producido á interés compuesto* 50,323 *rs. al cabo de* 14 *años y* 4 *meses; ¿á qué interés estaba impuesta?*

En primer lugar determino, como en el ejemplo precedente, que producirían en el mismo intervalo de tiempo 1,000 rs. impuestos al mismo interés que el que se desea saber, por medio de la proporcion siguiente:

$$25{,}000 \text{ rs.} : 50{,}323 \text{ rs.} :: 1{,}000 \text{ rs.} : x,$$

cuyo cuarto término es 2,012 rs. 92 cent. En seguida continúo la operacion de este modo.

No considero desde luego sino la tasa media de la tabla primera, que es 4 por 100 y la cantidad 1,731 rs. 68 cent., correspondiente á dicha tasa á 14 años; despues aumento á esta cantidad 23 rs. 8 cent., que son su interés sencillo á la tasa actual durante 4 meses (*), y resultan únicamente 1,754 rs. 76 cent., en lugar de 2,012 rs. 92 cent., que debieran resultar si el interés preguntado fuese 4 por 100.

Por esta razon ensayo la tasa superior inmediata que es 5 por 100. Aumento pues á la cantidad 1,979 rs. 93 cent., correspondiente á 14 años 32 rs. 99 cent., que á la tasa actual es su interés sencillo durante 4 meses (véase la nota que termina el ejemplo 2.°); y su total 2,012 rs. 92 cent., siendo igual al cuarto término de la proporcion que hemos establecido, y ademas 1,979 rs. 93 cent. perteneciendo á la columna del 5 por 100, resulta que el interés preguntado es 5 por 100.

Empezando la prueba como hemos hecho por la tasa media de la tabla que es 4 por 100, no se está expuesto á tener que hacer mas que una prueba inútil; porque si la segunda

(*) Para conocer el interés durante 4 meses al 4 por 100 al año de 1731 rs. 68 cent., bastaba tomar 1 1/3 por 100 de dicha cantidad, puesto que 4 meses siendo 1/3 de año deben dar 4/3 ó 1 y 1/3 por 100.

prueba por 5 por 100 hubiese dado todavía un resultado inferior, hubiera conocido, sin necesidad de pasar mas adelante, que la tasa preguntada no podia ser otra que 6 por 100.

Cuando el primer ensayo por el término medio da un resultado mayor, es una prueba que el interés preguntado es menor de 4 por 100. En este caso se probará por 3 por 100, que es el inmediato inferior. Si el resultado fuese igual al cuarto término de la proporcion 3 por 100, sería el interés que se busca; pero si el resultado fuese todavía mayor, es inútil hacer otra prueba, porque ya no debe caber duda de que el interés que se busca no puede ser otro que 2 por 100.

Todos los ejemplos precedentes se sirven recíprocamente de prueba.

Recapitulando cuanto llevamos dicho, se deducen las reglas generales siguientes, relativas al uso de la Tabla primera.

3.º *Para saber cuál es el acrecentamiento de una cantidad, al cabo de un tiempo dado, impuesta á interés compuesto, establézcase una proporcion que tenga por primer término* 1,000, *por segundo término la cantidad correspondiente al número de años dado en la columna del interés propuesto, y por tercer término el capital impuesto: el cuarto término servirá de respuesta á la cuestion.* (Véase la aplicacion de este principio en el ejemplo 1.º).

Cuando el número de años está acompañado de meses ó de dias, es necesario aumentar al 2.º *término de la proporcion su interés sencillo durante la fraccion de año; por lo demas la operacion es absolutamente la misma.* (Véase el ejemplo 2.º).

4.º *Para saber qué capital se ha de imponer para obtener al cabo de un tiempo dado un capital tambien dado; esto es, para saber cuanto vale de contado un capital dado pagadero al cabo de cierto tiempo, establézcase una proporcion cuyos términos sean: el primero la cantidad que corresponda al número de años dado en la columna del interés de la cuestion; el segundo* 1,000; *el tercero el capital propuesto; el cuarto término servirá de respuesta á la cuestion.* (Véase el ejemplo 3.º).

Cuando el número de años está acompañado de meses ó de dias, es necesario aumentar al primer término de la pro-

porcion su interés sencillo durante la fraccion de año; por lo demas la operacion es absolutamente la misma. (Véase el ejemplo 4.º).

5.º *Dados el capital primitivo, el capital obtenido ó que se desea obtener, y la tasa del interés, para saber el número de años que el capital primitivo ha estado ó debe estar impuesto, establézcase una proporcion cuyos términos sean: el primero el capital primitivo; el segundo el capital obtenido; el tercero la cantidad* 1,000; *el cuarto término será una cantidad que es necesario buscar en la columna del interés dado; y el número de años á que corresponda servirá de respuesta á la cuestion.* (Véase el 5.º ejemplo).

Cuando la cantidad que ofrece este cuarto término no se halla en la columna del interés, es prueba que la imposicion ha durado un número faccionario de años; en este caso se operará como en el ejemplo 6.º

6.º *Dados el capital primitivo, el capital obtenido ó que se desea obtener, y el tiempo que ha durado ó debe durar la imposicion para conocer la tasa del interés, establézcase una proporcion cuyos términos sean: primero el capital primitivo; segundo el capital obtenido; tercero la cantidad* 1,000; *despues de obtenido el cuarto término búsquese en la tabla y en la linea de los años dados una cantidad que sea igual: la columna del interés en donde se halle indicará cual es el interés pedido.* (Véase el ejemplo 7.º).

Cuando el número de años que ha durado la imposicion es un número fraccionario, el cuarto término de la proporcion no puede hallarse en la tabla; en este caso la operacion se continúa como en el ejemplo 8.º

7.º Cuando la relacion del acrecentamiento del capital se determina de un modo abstracto, la operacion se ejecutará como en los dos ejemplos siguientes.

EJEMPLO 9.º

¿En cuánto tiempo se duplicará un capital impuesto al interés compuesto de 5 *por* 100 *al año?*

Para que un capital se duplique es necesario que 1,000 rs. produzcan 2,000 rs. Por consiguiente busco (T. 1.ª) en la

columna del 5 por 100 esta última cantidad que no se encuentra; pero como es intermedia entre 1,979 rs. 93 cent. y 2,078 rs. 93 cent., que respectivamente corresponden á 14 y á 15 años, es prueba que solos 14 años es un término muy corto para que un capital se duplique al cabo de este tiempo, y que se necesita ademas una porcion ó parte de año; por esta razon, continuando la operacion absolutamente como en el ejemplo 6.°, tomo:

1.° La diferencia 99 rs. entre 1,979 rs. 93 cent. y 2,078 rs. 93 cent.

2.° La diferencia 20 rs. 07 cent. entre 1,979 rs. 93 cent. y 2,000 rs., y establezco en seguida la proporcion siguiente:

$$99 \text{ rs.} : 20 \text{ rs. } 07 \text{ cent.} :: 365 \text{ dias} : x,$$

cuyo cuarto término 74 dias ó 2 meses y 14 dias completa la solucion del problema. En efecto, añadiéndolos á los 14 años, el total 14 años, 2 meses y 14 dias es el tiempo necesario para que se duplique un capital impuesto al interés compuesto de 5 por 100 al año.

EJEMPLO 10.

¿Cuánto tiempo se necesitará para que un capital sea dos veces y media mayor que la imposicion capitalizando los intereses al 5 *por* 100 *al año?*

Para que una cantidad sea dos veces y media mayor es necesario que 1,000 rs. produzcan 2,500 rs., esto es, 1,000 rs. multiplicados por 2 1/2. Por consiguiente busco esta cantidad (T. 1.ª) en la columna del 5 por 100; pero como no se halla, y que al mismo tiempo es intermedia entre 2,406 rs. 62 cent. y 2,526 rs. 95 cent. correspondientes respectivamente á 18 y á 19 años, operando absolutamente como en el ejemplo precedente, hallaré la porcion de año que se ha de añadir á los 18 años en el cuarto término de la proporcion siguiente:

$$120 \text{ rs. } 33 \text{ cent.} : 93 \text{ rs. } 38 \text{ cent.} :: 365 \text{ dias} : x,$$

que es 283 dias, ó sea 9 meses, 13 dias: luego se necesitan 18 años, 9 meses y 13 dias para que un capital impuesto al in-

terés compuesto de 5 por 100 al año sea dos veces y media mayor.

8.° En resúmen, *conociendo la tasa del interés de la imposicion para saber el tiempo necesario para que un capital aumente en una relacion dada, multiplíquese por esta relacion 1,000 rs.; búsquese el producto de esta multiplicacion en la columna de la tasa indicada, y el número de años á que corresponda servirá de respuesta á la cuestion.* Cuando el producto no se halle exáctamente en la tabla, se operará como en los dos ejemplos precedentes.

9.° Adviértase que aunque la Tabla primera no está calculada sino para 50 años, los elementos de su formacion la hacen susceptible de recibir una extension indefinida por medio del principio siguiente:

10. *Para saber el acrecentamiento de 1,000 rs. al cabo de un número de años superior á 50, multiplíquense uno por otro dos términos de la Tabla primera en la columna del interés dado, cuya suma de años sea igual al número de años pedido, y divídase este producto por 1000.*

Así para conocer el acrecentamiento de 1,000 rs. al cabo de 70 años al interés compuesto de 3 por 100, puedo indistintamente tomar las cantidades correspondientes á 30 y 40 años, á 20 y á 50 años, á 25 y 45 años &c.; multiplicándolas entre sí y dividiendo su producto por 1,000, hallaré siempre por resultado los mismos 7,917 rs. 81 cent.

Este método está fundado sobre ciertas propiedades de las progresiones geométricas que sirven de principio fundamental al cálculo de los logaritmos.

EJEMPLO 11.

¿A cuánto ascenderán al cabo de 70 años 4,000 rs. impuestos al interés compuesto de 3 por 100 al año?

Tomo en la columna del 3 por 100 las cantidades 1,806 rs. 11 cent., y 4,383 rs. 91 cent., correspondientes respectivamente á 20 y á 50 años; las multiplico una por otra, y dividiendo su producto por 1,000 resulta por cuociente 7,917 rs. 81 cent., los que hubiera hallado en la tabla si su cálculo se hubiese continuado hasta 70 años. Prosiguiendo la operacion segun está prescrito (3) hallo 31,671 rs. 24 cent. por respuesta á la cuestion.

EJEMPLO 12.

Al cabo de cierto tiempo se han recibido 31,671 rs. 24 cent. por una cantidad de 4,000 rs. impuesta al interés compuesto de 3 por 100 al año, ¿cuánto tiempo ha durado la imposicion?

En primer lugar busco como en el 5.° ejemplo el valor proporcio-

nal de 1,000 rs. al cabo del mismo tiempo que el que constituye el objeto de la cuestion por medio de la proporcion siguiente:

4,000 rs. : 31,671 rs. 24 cent. : : 1,000 rs. : x,

cuyo cuarto término es 7,917 rs. 81 cent., y puesto que esta cantidad no se halla en la tabla en la columna del interés dado, y que por otra parte escede á 4,383 rs. 91 cent. correspondiente á 50 años, es prueba que el número de años pedido escede á 50 años, y he aquí el modo de determinarlo:

Resulta del principio establecido (10) que si dividimos 7,917 rs. 81 cent. (producto de 1,000 rs. al cabo de los años ignorados), por 4,383 rs. 91 cent. (producto de 1,000 rs. al cabo de 50 años), y que en seguida multipliquemos este cuociente por 1,000, deberemos hallar la cantidad que ha servido de multiplicador, y que por consiguiente corresponde al número de años que es necesario añadir á 50 para saber el número de años desconocido al que corresponden los 7,917 rs. 81 cent.

Efectuando la division de 7,917 rs. 81 cent. por 4,383 rs. 91 cent., y multiplicando su cuociente por 1,000, ó lo que es lo mismo y mas sencillo, dividiendo por 4,383 rs. 91 cent. el producto 7917810 de la multiplicacion de 7917 rs. 81 cent. por 1,000, hallo por cuociente 1,806 rs. 11 cent., cantidad correspondiente á 20 años en la columna del 3 por 100. Luego es necesario añadir 20 años á 50 años, y el total 70 años será el número de años pedido.

Estos dos ejemplos últimos se sirven recíprocamente de prueba.

11. Los intereses de intereses, ó de otro modo, los intereses compuestos nos llevan naturalmente á hablar de las anualidades. Pero antes de entrar en estas nuevas cuestiones no podemos menos de hacer advertir la inmensa influencia del interés compuesto. En efecto, un capital impuesto bajo esta base al 5 por 100 al año duplica en 14 años y 74 dias; cuatriplica y algo mas al cabo de 29 años; al cabo de 100 años es 131 1/2 veces mayor, y 2 millones de veces mas considerable en menos de tres siglos. Un acrecentamiento tan prodigioso ha dado la idea de servirse de él para la amortizacion de la deuda pública.

Ahora, si en lugar de capitalizar los intereses todos los años, se capitalizasen cada seis meses como lo efectúan algunos establecimientos de prevision, ó cada tres meses como lo hacen los bancos; considérese cuál sería entonces la rapidez del acrecentamiento de los capitales.

DE LAS ANUALIDADES PROPIAMENTE LLAMADAS ASÍ.

12. Las cuestiones relativas á las anualidades son el inverso de los problemas á que dan lugar los intereses compuestos. En las anualidades, es el deudor que se desempeña de una deuda y de sus intereses en pagos iguales, hechos en épocas igualmente distantes, y que toman el nombre de *anualidad* porque el intervalo entre cada pago es un año.

Uso de la tabla segunda.

13. Esta tabla indica la *anualidad* á recibir ó á pagar al fin de cada año durante un cierto número de años consecutivos, desde 1 año hasta 50, para extinguir un préstamo ó un empréstito de 1,000 rs. con los intereses compuestos á 2, 3, 4, 5 y 6 por 100 al año.

En todos los problemas de esta especie, como en los precedentes, entran necesariamente cuatro elementos constitutivos, á saber: el capital prestado, la tasa del interés, la cuota y el número de anualidades. Siempre que se conozcan tres de estos cuatro elementos, será muy fácil determinar el cuarto por medio de la Tabla segunda, no solo respecto á las tasas de interés que en ella se mencionan, sino tambien respecto á las tasas intermedias. Los ejemplos siguientes van á comprobar este aserto.

EJEMPLO 13.

Hallar que cantidad es menester pagar anualmente para extinguir en 12 años una deuda de 48,000 rs. con sus intereses durante este tiempo á razon de 5 por 100 al año.

Empiezo por buscar (T. 2.ª) en la columna de los años el número 12; sigo la línea horizontal hasta la columna del 5 por 100, en donde hallo 112 rs. 83 cent., despues digo: si para extinguir una deuda de 1,000 rs. contratada á 5 por 100, es necesario pagar durante 12 años consecutivos una anualidad de 112 rs. 83 cent., ¿qué anualidad será menester pagar durante el mismo tiempo para extinguir una deuda de 48,000 rs.? Raciocinio que conduce á la proporcion siguiente:

1,000 rs. : 112 rs. 83 cent. : : 48,000 rs. : x,

cuyo cuarto término, 5,415 rs. 84 cent., satisface á la cuestion.

EJEMPLO 14.

Estando el interés á 5 por 100, ¿qué deuda se podrá extinguir con sus intereses en 12 años, pagando anualmente una cantidad de 5,415 rs. 84 cent.?

Busco en primer lugar con qué anualidad se extingue en 12 años una deuda de 1,000 rs.; á este efecto busco (T. 2.ª) en la columna del 5 por 100 la cantidad correspondiente á 12 años, y hallo que es 112 rs. 83 cent., en seguida digo: si pagando una anualidad de 112 rs. 83 cent. durante 12 años consecutivos, se extingue una deuda de 1,000 rs. á 5 por 100, ¿qué deuda se extinguirá á dicho interés pagando durante el mismo tiempo una anualidad de 5,415 rs. 84 cent.? Establezco pues la proporcion siguiente:

112 rs. 83 cent. : 1,000 rs. : : 5,415 rs. 84 cent. : x,

cuyo cuarto término, 48,000 rs., satisface á la cuestion.

EJEMPLO 15.

Se ha extinguido una deuda de 48,000 rs. con sus intereses á 5 por 100, con anualidades de 5,415 rs. 84 cent., ¿cuántos años se ha estado pagando dicha anualidad?

Busco en primer lugar con qué anualidad se extinguiría una deuda de 1,000 rs. con sus intereses, pagando esta anualidad durante el mismo tiempo que el que constituye el objeto de la cuestion, y á este efecto digo: si se extingue una deuda de 48,000 rs. contratada á 5 por 100 pagando durante cierto tiempo una anualidad de 5,415 rs. 84 cent., ¿qué anualidad es menester pagar para extinguir en el mismo tiempo una deuda de 1,000 rs.? Por consiguiente establezco la proporcion que sigue:

48,000 rs. : 5,415 rs. 84 cent. : : 1,000 rs. : x,

cuyo cuarto término es 112 rs. 83 cent. En seguida busco

(T. 2.ª) en la columna del 5 por 100 esta cantidad, y como se halla que corresponde á 12 años, concluyo que la anualidad propuesta ha sido pagada durante 12 años.

EJEMPLO 16.

Se ha extinguido una deuda de 48,000 rs. con sus intereses con 12 anualidades de 5,415 rs. 84 cent. cada una, ¿cuál era la tasa de la amortizacion?

La operacion aritmética es absolutamente la misma que en el ejemplo precedente, con la diferencia que despues de haber hallado por cuarto término de la proporcion indicada 112 rs. 83 cent.; busco en la (T. 2.ª) línea de los 12 años esta cantidad, y como la hallo en la columna del 5 por 100, concluyo que la tasa preguntada es 5 por 100 al año.

Cuando se trata de anualidades no entran nunca fracciones de año en la práctica ordinaria.

Reasumiendo los cuatro ejemplos precedentes que se sirven recíprocamente de prueba, se deducen las reglas generales siguientes relativas al uso de la Tabla segunda.

14. *Para saber qué anualidad se debe pagar para extinguir una deuda con sus intereses en un tiempo determinado, establézcase una regla de tres que tenga: por primer término 1,000; por segundo término la cantidad correspondiente á los años dados en la columna de la tasa del interés enunciado; y por tercer término el capital propuesto; el cuarto término será la anualidad preguntada.* (Véase el ejemplo 13).

15. *Conociendo la tasa del interés, la anualidad y el tiempo que esta se ha pagado, para conocer la deuda que se ha extinguido, es menester establecer una proporcion cuyos términos sean: el primero la cantidad correspondiente en la columna del interés indicado al número de años dado; el segundo 1,000; y el tercero la anualidad pagada: el cuarto término servirá de respuesta á la cuestion.* (Véase el ejemplo 14).

16. *Conociendo la deuda extinguida, la tasa del interés y la anualidad pagada, para determinar el tiempo que se ha estado pagando, es menester formar una proporcion que ten-*

ga por primer término la deuda extinguida; por segundo término la anualidad pagada; y por tercer término 1,000. *Se buscará en seguida la cantidad que ofrezca el cuarto término en la columna del interés enunciado, y el número de años á que corresponda servirá de respuesta á la cuestion.* (Véase el ejemplo 15).

17. *Conociendo la deuda extinguida, la anualidad y el número de años que se ha estado pagando, para determinar la tasa de la amortizacion, es menester establecer la misma proporcion que la que se prescribe en la regla anterior; despues de obtenido el cuarto término se buscará en la línea de los años dados, y la tasa de la columna en que se halle será el interés preguntado.* (Véase el ejemplo 16).

18. La construccion de esta Tabla segunda, es tanto mas cómoda para la práctica, cuanto que sirve en ciertos casos á resolver directamente problemas, en los cuales el analísis mas exacto no produciría sino resultados aproximativos. En efecto, el Algebra no ha suministrado hasta ahora un método exacto y directo para la solucion del ejemplo 16. Pudiera sacarse de esta tabla, por medio de algun artificio, el mas extenso partido; pero limitarémos la nueva aplicacion que vamos á hacer á los dos problemas siguientes que son de una utilidad práctica.

EJEMPLO 17.

Una persona quiere desempeñarse de una deuda de 24,000 *rs. con sus intereses á* 3 *por* 100, *con anualidades de* 3,100 *rs. cada una, ó á lo menos de la cantidad mas aproximada, ¿cuántos años necesitará?*

Tomando siempre 1,000 por término de comparacion, busco en primer lugar la anualidad proporcional que sería necesario pagar para extinguir esta cantidad en el mismo tiempo que el que constituye el objeto de la cuestion, y á este efecto digo: si se extingue una deuda de 24,000 rs. á 3 por 100 al año con una anualidad de 3,100 rs., pagada durante cierto tiempo, ¿con qué anualidad se extinguirá una deuda de 1,000 rs.? Establezco pues la proporcion siguiente:

24,000 rs. : 3,100 rs. : : 1,000 rs. : x,

cuyo cuarto término es 129 reales 16 cent. En seguida busco (T. 2.ª) en la columna del 3 por 100 esta cantidad; pero como no se halla en ella, resulta que no se puede extinguir una deuda de 1,000 rs. con sus intereses, con anualidades de 129 rs. 16 cent., ni por consiguiente una deuda de 24,000 rs. con anualidades de 3,100 rs. al justo. (*).

Por esta razon, en lugar de 129 rs. 16 cent., busco en la misma columna del 3 por 100 la cantidad mas aproximada; esta es 128 rs. 43 cent., anualidad mas pequeña y que corresponde á 9 años. Es pues necesario disminuir la anualidad indicada 3,100 rs., precisamente en la misma proporcion, y esto se verifica por medio de la siguiente regla de tres:

129 rs. 16 cent. : 128 rs. 43 cent. : : 3,100 rs. : x,

cuyo cuarto término 3,082 rs. 48 cent. completa la solucion de la cuestion, é indica que es la anualidad mas aproximada posible de 3,100 rs. (la que es impracticable), y que es necesario pagarla durante 9 años.

EJEMPLO 18.

Una persona quiere desempeñarse de una deuda de 18,000 rs. con sus intereses á 4 por 100, pagando anualmente 7 por 100 del capital, ó á lo menos la cantidad mas aproximada posible á esta cuota, ¿cuántos años necesitará?

Como 7 por 100 son 70 rs. sobre un capital de 1,000 rs., que es siempre nuestro término invariable de comparacion, busco 70 rs. (T. 2.ª) en la columna del 4 por 100, y como esta cantidad no se halla en ella, es prueba que no se puede extinguir una deuda de 1,000 rs. con sus intereses á 4 por 100, ni por consiguiente de ninguna otra cantidad, pagando anualmente 7 por 100 justo del capital, sin descender á lo menos á fracciones de año enteramente inusitadas en la práctica ordinaria.

Por esta razon, en lugar de 70 rs., busco en la misma columna del 4 por 100 la anualidad que mas se le aproxima; es-

(*) Es necesario entender aquí la palabra anualidad en su mas rigorosa acepcion, y excluir toda especie de fraccion de año.

ta es 69 rs. 20 cent. correspondiente á 22 años. Se extinguirá pues una deuda de 1,000 rs. con sus intereses á 4 por 100, ó de cualquiera otra cantidad pagando anualmente 69 rs. 20 cent. por 1,000, ó 6 rs. 92 cent. por 100 del capital durante 22 años; siendo esta anualidad la que mas se aproxima de la propuesta 7 por 100, la que es impracticable. Por consiguiente la anualidad que en este caso se pagaría es 1,245 rs. 60 cent., en lugar de 1,260 rs.

EJEMPLO 19.

Una compañia ha obtenido la concesion de un canal, cuya construccion debe costar 56 millones; debiendo percibir el usufructo durante 60 años, quisiera esta compañia consagrar un fondo anual de 5 1/2 por 100 del capital para su amortizacion; se pregunta, ¿cuántos años necesitará suponiendo el interés á 5 por 100 al año?

Como 5 1/2 por 100 es lo mismo que 55 rs. sobre un capital de 1,000 rs., término invariable de comparacion, busco esta cantidad (T. 2.ª) en la columna del 5 por 100, y como no se halla en ella, es prueba que no es factible extinguir una deuda de 1,000 rs., ni por consiguiente de ninguna otra cantidad con anualidades de 5 por 100 al justo del capital. Por esta razon, en lugar de 55 rs., tomo la cantidad de 55 rs. 04 cent. correspondientes á 49 años.

Se extinguirá pues una deuda de 1,000 rs., y por consiguiente una deuda de 56 millones pagando anualmente 5 rs. 504 milésimos por 100 del capital durante 49 años consecutivos, tiempo pedido en la cuestion actual; lo que dá para la anualidad relativa á los 56 millones 3.082,240 rs. que será necesario pagar durante dicho tiempo. Esta anualidad, la mas aproximada posible de la pedida, 5 1/2 por 100, que es impracticable, no difiere de la propuesta sino de 1/1375 por 100.

19. Aunque la Tabla segunda no indica como la primera, sino las tasas de 2 á 6 por 100 sin fracciones, puede no obstante servir, por medio de algun artificio, á procurar resultados bastante aproximados en la práctica ordinaria, para todas las tasas intermedias entre 2 y 6 por 100; de lo que se puede juzgar por los dos ejemplos siguientes.

EJEMPLO 20.

Un deudor quiere liberarse en 20 años de una cantidad de 63,200 rs. con sus intereses á 3 1/2 por 100 al año. ¿Cuánto debe pagar cada año?

La tasa del interés dado, siendo intermedia entre 3 y 4 por 100, busco en primer lugar (T. 2.ª) qué anualidad sería necesario pagar durante 20 años para extinguir á estas dos tasas una deuda de 1,000 rs., y hallo 67 rs. 22 cent. y 73 rs. 58 cent., correspondientes respectivamente á 3 y á 4 por 100; en seguida tomo:

1.° La diferencia 6 rs. 36 cent. entre estas dos anualidades.

2.° La diferencia 1/2 entre 3 1/2, tasa de interés dada, y 3 tasa de interés de comparacion la mas baja, y establezco con estos datos la proporcion siguiente:

Si por 1 unidad de diferencia entre las tasas de 3 y 4 por 100 al año se tiene 6 rs. 36 cent., diferencia entre las anualidades relativas á estas dos últimas tasas,

¿Qué diferencia se tendrá entre las mismas anualidades por 1/2, diferencia entre la tasa pedida y la de 3 por 100? Esto es, busco el cuarto término de una proporcion cuyos tres primeros son:

1 : 6 rs. 36 cent. : : 1/2 : x.

Este cuarto término es 3 rs. 18 cent., que añado á 67 rs. 22 cent., anualidad relativa á 3 por 100, lo que da 70 rs. 40 cent. para la anualidad, muy aproximada, que se ha de pagar durante 20 años, para extinguir una deuda de 1,000 rs. con sus intereses á 3 1/2 por 100 al año. Porque la anualidad rigorosa, que hubiera dado el cálculo ordinario de la tabla si se hubiese hecho mencion en ella de la tasa de 3 1/2 por 100, sería 70 rs. 36 cent., resultado que solo difiere del primero de 4 cent. (*). Operando en seguida como en el ejemplo 13, y segun el principio establecido (14), completo la solucion de la cuestion por medio de la proporcion siguiente:

4,000 rs. : 70 rs. 40 cent. : : 63,200 rs. : x,

cuyo cuarto término, 4,449 rs. 28 cent., indica la anualidad preguntada.

Es evidente que este resultado no puede ser exacto, puesto que le hemos deducido de un dato que no lo era. Pero no difiere del resultado rigoroso 4,446 rs. 75 cent., sino de 2 rs. 53 cent., diferencia á la verdad bien pequeña en consideracion de la cantidad propuesta (**).

(*) Operando como hemos hecho, se obtendrá un resultado aproximativo que no diferirá nunca del resultado exacto sino de 1 á 8 cent. á lo mas, aunque sea en 50 años, siempre que la tasa del interés sea 2 1/2, 3 1/2, 4 1/2 y 5 1/2 por 100.

(**) Advertimos ahora, para que siempre la palabra *rigoroso* debe entenderse aquí, y los ejemplos siguientes en una acepcion relativa y de ningun modo absoluta; porque por mas que se haga no se pueden obtener resultados rigorosos, en términos precisos, cuando se opera con decimales.

EJEMPLO 21.

Un deudor se ha desempeñado de 63,200 rs. con sus intereses, con 20 anualidades de 4,446 rs. 75 cent., ¿cuál ha sido la tasa de la amortizacion?

Busco en primer lugar con qué anualidad se extinguirá una deuda de 1,000 rs. al cabo de 20 años al mismo interés que el que constiye el objeto de la cuestion, por medio de la proporcion siguiente, semejante á la del ejemplo 14, y fundada sobre el mismo raciocinio:

63,200 rs. : 4,446 rs. 75 cent. : : 1,000 rs. : x.

Despues de haber hallado 70 rs. 36 cent. por cuarto término, le busco (T. 2.ª) en la línea de los 20 años; pero como no se halla, y que por otro lado es intermedio entre 67 rs. 22 cent. y 73 rs. 58 cent., anualidades respectivas al 3 y al 4 por 100, es prueba que la tasa pedida está tambien entre estas dos últimas. Por esta razon tomo:

1.º La diferencia 6 rs. 36 cent., entre 67 rs. 22 cent. y 73 rs. 58 cent.

2.º La diferencia 3 rs. 14 cent., entre 67 rs. 22 cent. y 70 rs. 36 cent.

En seguida establezco esta regla de tres: si 6 rs. 36 cent., diferencia entre 67 rs. 22 cent. y 73 rs. 58 cent., anualidades respectivamente relativas al 3 y al 4 por 100,

Corresponden á 1 unidad de diferencia entre estas dos tasas de interés,

¿A qué diferencia de tasa de interés deben corresponder 3 rs. 14 cent., diferencia entre 67 rs. 22 cent. y 70 rs. 36 cent., anualidades respectivamente relativas al 3 por 100 y á la tasa que se busca? Esto es, busco el resultado de la proporcion siguiente:

6 rs. 36 cent. : 1 : : 3 rs. 14 cent. : x,

cuyo cuarto término, 0, rs. 49 cent., añadido á 3 por 100, dá por total y respuesta á la cuestion, 3, 49 por 100.

Este resultado no difiere del resultado rigoroso 3 1/2 por 100, que de 1/350 por 100, diferencia que en la práctica ordinaria no merece ninguna consideracion.

Uso de la Tabla tercera, relativa á imposiciones anuales sucesivas é iguales, pero cuya cuota varia segun el número de años pedido.

20. Esta tabla indica qué cantidad se ha de entregar ó imponer cada año para obtener 1,000 rs. al cabo de un tiempo dado. Está calculada como las dos primeras para 50 años á los intereses de 2, 3, 4, 5 y 6 por 100 al año.

Los problemas que se resuelven por medio de esta tabla participan á la vez de los que hemos presentado relativos á los intereses compuestos y á las anualidades. Tienen analogía con los primeros, porque el interés de cada entrega se une todos los años al capital para ganar interés en el año siguiente; y participan de los segundos, porque estas entregas efectuándose con el intervalo de un año, pueden ser consideradas como *anualidades*. Por lo demas, en estos problemas, como en los de las otras dos clases, entran igualmente cuatro elementos constitutivos, á saber: la cantidad anual que se ha de entregar, el número de años que ha de durar esta entrega, el capital que se quiere obtener y la tasa del interés. Siempre que se conozcan tres de estos cuatro elementos se podrá determinar el cuarto. Vamos pues á verificarlo en los cuatro ejemplos siguientes.

EJEMPLO 22.

¿Qué cantidad será necesario entregar en el primer dia del año para obtener 60,000 rs. al cabo de 20 años al interés compuesto de 5 por 100 al año?

Busco en la (T. 3.ª) columna del 5 por 100 la cantidad que será necesario entregar cada año para obtener al cabo del tiempo dado un capital de 1,000 rs., y hallo que es 28 reales 80 cent.; y como los capitales que se han de obtener están en razon directa de las entregas relativas, debo hallar la entrega preguntada por medio de la proporcion siguiente:

$$1{,}000 \text{ rs.} : 28 \text{ rs. } 80 \text{ cent.} :: 60{,}000 \text{ rs.} : x,$$

cuyo cuarto término, 1,728 rs., satisface á la cuestion.

Si se reprodujese la misma cuestion con la modificacion siguiente:

¿Qué capital se tendrá que imponer al principio de cada año y durante 12 años al interés compuesto de 4 por 100 al año, para tener derecho al cabo de este tiempo á una renta de 6,000 rs.?

Como por el estado de la cuestion esta renta debe ser precisamente el interés anual que corresponda á la totalidad de los capitales impuestos al principio de cada año, aumentados de todos los intereses anteriores que se han acumulado, empiezo por determinar esta cantidad total; á este efecto digo: si una renta de 4 rs. proviene de un capital de 100 rs., ¿de qué capital provendrá una renta de 6,000 rs.? Esto es, establezco la proporcion siguiente:

4 rs. : 100 rs. : : 6,000 rs. : x,

cuyo cuarto término me hace conocer que la renta que busco corresponde á un capital de 150,000 rs. En este caso la cuestion queda reducida á los mismos términos que la precedente; ya no se trata sino de buscar del mismo modo la cantidad que se ha de imponer cada año al interés compuesto de 4 por 100 al año, durante 12 años consecutivos, para percibir 150,000 rs. al cabo de dicho tiempo; lo que se determinará por medio de la proporcion siguiente:

1,000 rs. : 63 rs. 99 cent. : : 150,000 rs. : x,

cuyo cuarto término, 9,598 rs. 50 cent., satisface á la cuestion.

EJEMPLO 23.

¿Siendo el interés al 5 por 100, qué capital se obtendrá imponiendo el primer dia del año y durante 20 años consecutivos una cantidad de 1,728 rs.?

En primer lugar busco (T. 3.ª) en la columna del 5 por 100 la cantidad que se tendrá que imponer cada año para obtener 1,000 rs. al cabo de 20 años, y hallo que es 28 rs. 80 cent. Estando las imposiciones anuales en razon directa de los capitales que se han de obtener, hallaré el capital pedido por medio de la proporcion siguiente:

38 rs. 80 cent. : 1,000 rs. : : 1,728 rs. : x,

cuyo cuarto término, 60,000 rs., satisface á la cuestion.

EJEMPLO 24.

Al cabo de cierto tiempo se ha percibido la cantidad de 60,000 rs., proveniente de una imposicion anual de 1,728 rs., al interés compuesto de 5 por 100 al año, ¿cuántos años ha durado esta entrega?

En primer lugar determino, qué cantidad se necesita imponer al principio de cada año para percibir 1,000 rs. al cabo del mismo tiempo que el que constituye el objeto de la cuestion; digo pues: si un capital de 60,000 rs. proviene de una imposicion anual de 1,728 rs. al interés compuesto de 5 por 100 al año, de qué imposicion provendrá un capital de 1,000 rs.; establezco por consiguiente esta proporcion:

60,000 rs. : 1,728 rs. : : 1,000 : x,

cuyo cuarto término es 28 rs. 80 cent. Busco pues esta cantidad en la (T. 3.ª) columna del 5 por 100, y el número 20 á que corresponde en la columna de los años sirve de respuesta á la cuestion.

EJEMPLO 25.

Al cabo de 20 años se ha percibido un capital de 60,000 rs. proveniente de una imposicion anual de 1,728 rs., ¿cuál era la tasa del interés?

La operacion aritmética es absolutamente la misma que en el ejemplo precedente, con la diferencia que despues de haber hallado por cuarto término de la proporcion indicada 28 rs. 80 cent.; busco en la (T. 3.ª) línea de los 20 años esta cantidad, y como se encuentra en la columna del 5 por 100, concluyo que la tasa preguntada es 5 por 100.

Estos cuatro últimos ejemplos se sirven recíprocamente de prueba.

Reasumiendo lo que va dicho, se deducen las reglas generales siguientes relativas al uso de la Tabla tercera.

21. *Para conocer la cantidad que se ha de imponer en el primer dia de cada año para obtener un capital dado al cabo de un tiempo determinado, establézcase una regla de tres cuyos términos sean; el primero*, 1,000; *el segundo, la cantidad correspondiente en la columna de la tasa del interés enunciado al número de años dado; el tercero, el capital que se desea obtener; el cuarto término servirá de respuesta á la cuestion.* (Véase el ejemplo 22).

22. *Para conocer el capital que se pudiera obtener al cabo de cierto tiempo determinado, mediante una imposicion anual, establézcase una regla de tres cuyos términos sean; primero; la cantidad correspondiente al número de años dado en la columna del interés enunciado; segundo, la cantidad* 1,000; *tercero, la imposicion anual; el cuarto término servirá de respuesta á la cuestion.* (Véase el ejemplo 23).

23. *Conociendo el capital obtenido, la imposicion anual y la tasa del interés, para determinar el número de años pedido, establézcase una proporcion cuyos términos sean; el*

primero, el capital obtenido; el segundo, la imposicion anual; el tercero, la cantidad 1,000. *Despues de hallado el cuarto término, se buscará la cantidad que represente en la columna del interés indicado, y el número de años á que corresponda servirá de respuesta á la cuestion.* (Véase el ejemplo 24).

24. *Conociendo el capital obtenido, la cuota y el número de años, para determinar el interés, establézcase la misma proporcion que se cita en la regla antecedente. Despues de hallado el cuarto término se buscará la cantidad que represente en la línea de los años enunciados, y la columna en que se halle indicará la tasa que se ha preguntado.* (Véase el ejemplo 25).

25. Pudiera sacarse de esta tabla, por medio de algun artificio, un partido muy extenso; pero nos limitarémos en la nueva aplicacion á los dos problemas siguientes, que son de nna utilidad práctica.

EJEMPLO 26.

Se quiere obtener al cabo de cierto tiempo un capital de 16,000 *rs., imponiendo anualmente* 1,960 *rs., ó á lo menos la cantidad mas aproximada á esta última, ¿cuántos años se necesitarán suponiendo el interés á* 4 *por* 100 *al año?*

La solucion de este problema depende de la misma operacion aritmética que la del ejemplo 17; y está fundada sobre un raciocinio análogo, y que conduce en primer lugar á la proporcion siguiente:

16,000 rs. : 1,960 rs. : : 1,000 rs. : x,

cuyo cuarto término, 122 rs. 50 cent., no se halla en la columna del 4 por 100. La cantidad, aunque inferior, que mas se aproxima es 121 rs. 74 cent., correspondiente á 7 años. Es menester pues disminuir la cantidad anual indicada precisamente en la misma proporcion; para verificarlo formo esta regla de tres:

122 rs. 50 cent. : 121 rs. 74 cent. : : 1,960 rs. : x,

cuyo cuarto término, 1,947 rs. 84 cent., completa la solucion del problema.

EJEMPLO 27.

Se quiere obtener una cantidad de 19,200 rs., pagando anualmente 4 1/2 por 100 de dicho capital, ó á lo menos la cuota mas aproximada posible á 4 1/2, ¿cuántos años se necesitarán, suponiendo el interés á 4 por 100 al año?

Siendo la operacion aritmética absolutamente la misma que la del ejemplo 18, nos limitarémos á indicarla.

4 1/2 por 100 hacen 45 rs. sobre 1,000 rs. No hallándose la cantidad de 45 rs. en la (T. 3.ª) columna del 4 por 100, tomo la mas aproximada, 44 rs. 06 cent., correspondiente á 16 años; tiempo durante el que será necesario pagar 4 rs. 406 milésimos por 100 en lugar de 4 rs. 50 cent.; esto es, que se deberá pagar durante 16 años una cantidad anual de 845 rs. 95 cent. en lugar de 864 rs., mediante á que esta última cuota es imposible.

26. Esta tabla puede servir á indicar de un modo general *el tanto por* 100 *de un capital cualquiera, que se deberá pagar el primer dia de cada año, á interés compuesto de* 2, 3, 4, 5 *y* 6 *por* 100 *al año, para tener derecho á este mismo capital al cabo de un tiempo dado.*

Así si se trata de un problema de esta clase, aplicado al interés de 5 por 100 y á un intervalo de 20 años; busco en la columna del 5 por 100 (T. 3.ª) la cantidad correspondiente á 20 años, y habiendo hallado 28 rs. 80 cent., tomo el 1/10, y el resultado 2 rs. 88 cent. satisface á la cuestion.

La razon de este modo de operar se explica en cierto modo por ella misma. En efecto, la Tabla tercera indica la cuota por 1,000 de un capital cualquiera que se ha de pagar el primer dia de cada año, para obtener este mismo capital al cabo de un tiempo dado; en la cuestion presente solo se pide la cuota por 100 de este capital; esto es, una cuota 10 veces mas pequeña. El primer resultado es pues 10 veces mayor; razon por la que es menester, como lo hemos hecho, dividirle por 10.

27. La observacion que hemos hecho al fin del ejemplo 19, relativa á la Tabla segunda, es extensiva á la tercera. Así, aunque esta no indique, como las dos precedentes, sino las

tasas de 2 á 6 por 100 sin fracciones, puede no obstante servir, por medio de algun artificio, á proporcionar resultados suficientemente aproximados en la práctica ordinaria, para las tasas intermedias entre 2 y 6, como se podrá juzgar por los dos ejemplos siguientes.

EJEMPLO 28.

¿Qué cuota será necesario pagar en el primer dia de cada año, para percibir al cabo de 10 años 34,000 rs. al interés compuesto de 4 1/2 por 100 al año?

La tasa dada, siendo intermedia entre 4 y 5, busco á este efecto (T. 3.ª), cuál sería la cuota que se pagaría anualmente durante 10 años consecutivos, para obtener 1,000 rs. á estas dos tasas, y hallo 80 rs. 09 cent. y 75 rs. 72 cent., correspondientes respectivamente á 4 y 5 por 100. En seguida tomo:

1.° La diferencia 4 rs. 37 cent. entre estas dos cuotas anuales:

2.° La diferencia 1/2 entre 4 1/2, tasa pedida y 4 tasa de comparacion la mas baja; en seguida hago esta regla de tres:

Si por 1 unidad de diferencia entre las tasas 4 y 5 por 100 al año se tienen 4 rs. 37 cent. de diferencia entre las cuotas á pagar anualmente relativas á estas dos tasas,

¿Qué diferencia se tendrá entre las mismas cuotas anuales por 1/2, diferencia entre la tasa pedida y 4 por 100? Busco pues el cuarto término de una proporcion cuyos tres primeros fuesen:

$$1 : 4 \text{ rs. } 37 \text{ cent.} :: 1/2 : x,$$

este cuarto término es 2 rs. 18 cent. Pero en lugar de añadir estos 2 rs. 18 cent. (diferencia relativa á 1/2 por 100) á 80 rs. 09 cent., (cuota anual relativa á 4 por 100) los sustraigo al contrario, puesto que la cuota que se ha de pagar debe ser tanto menor cuanto que el interés relativo es mayor: esta sustraccion hecha deja por resto 77 rs. 91 cent., que no excede sino de 4 cent. el resultado rigoroso que se hubiera obtenido si la Tabla se hubiese calculado para la tasa de 4 1/2 por 100 (*). En este caso la cuestion queda ya reducida á una totalmente igual á la del ejemplo 22, y operando del mismo modo y conforme al principio establecido (21), hallo 2,648 rs. 92 cent. por respuesta á la cuestion.

Es evidente que este resultado no puede ser de una exactitud rigorosa, puesto que la hemos deducido de un dato que no lo era. Pero no difiere del resultado rigoroso 2,647 rs. 56 cent., sino de 1 real 36

(*) Operando como acabamos de hacer, se obtendrá un resultado aproximativo que no diferirá del resultado exacto sino de 1 á 10 cent., aun en 50 años, cuantas veces sea cuestion de las tasas 2 1/2, 3 1/2, 4 1/2 y 5 1/2 por 100.

cent., diferencia de poca importancia con respecto á la cantidad de que se trata.

EJEMPLO 29.

Al cabo de cierto tiempo se ha percibido un capital de 34,000 rs., provenientes de una imposicion anual de 2,647 rs. 56 cent., ¿cuál era la tasa del interés?

En primer lugar digo: si se obtiene un capital de 34,000 rs., pagando el primer dia de cada año y durante 10 años consecutivos 2,647 rs. 56 cent., ¿qué cantidad habrá de pagarse para obtener 1,000 rs. al cabo del mismo tiempo? Establezco por consiguiente esta proporcion:

34,000 rs. : 2,647 rs. 56 cent. : : 1,000 rs. : x,

cuyo cuarto término es 77 rs. 87 cent. En seguida recorriendo (T. 3.ª) la línea de los 10 años, hallo que esta cantidad es intermedia entre 80 rs. 09 cent. y 75 rs. 72 cent., correspondientes respectivamente á 4 y á 5 por 100, prueba de que la tasa pedida está entre estas dos. Por esta razon tomo:

1.º La diferencia 4 rs. 37 cent. entre 80 rs. 09 cent. y 75 rs. 72 cent.:

2.º La diferencia 2 rs. 22 cent. entre 80 rs. 09 cent. y 77 rs. 87 cent.

En seguida hago esta regla de tres: si 4 rs. 37 cent. (diferencia entre 80 rs. 09 cent. y 75 rs. 72 cent., cuotas anuales respectivas á 4 y 5 por 100),

Corresponden á 1 unidad de diferencia entre estas dos tasas de interés,

¿A qué diferencia de tasa de interés deben corresponder 2 rs. 22 cent. (diferencia entre 80 rs. 09 cent. y 77 rs. 87 cent., cuotas anuales respectivas á 4 por 100 y al interés preguntado)? Establezco pues la proporcion siguiente:

4 rs. 37 cent. : 1 real : : 2 rs. 22 cent. : x,

cuyo cuarto término, 50 cent., añadido á 4 rs., dá por total y respuesta á la cuestion, 4 1/2 por 100.

Vamos á explicar actualmente el uso de la cuarta Tabla, que hemos reservado para la última, á pesar de no ser, bajo cierto aspecto, sino un suplemento de la primera, y ademas de

haber servido á la formacion de la tercera; pero hemos considerado útil guardar este órden en nuestro trabajo; porque los problemas que nos quedan que resolver son mucho mas difíciles y complicados que los precedentes.

Uso de la Tabla cuarta, relativa á imposiciones anuales sucesivas de una misma cantidad ó de cantidades diferentes.

28. Esta tabla sirve para resolver uno de los problemas mas complicados que se puedan proponer sobre los intereses compuestos; este es aquel en que se supone que el prestamista presta cada año una cantidad diferente de la del primer año, cantidad que añade consecutivamente al capital durante un número de años cualquiera, siempre que no exceda á 50 años, y que se desea saber á cuanto ascienden, ó lo que es lo mismo, qué capital componen al cabo del último año todas estas cantidades con la acumulacion de sus intereses.

He tomado la idea de esta Tabla de *Parissot*, sabio geómetra, arrebatado prematuramente á las ciencias que adornaba con su elevado genio. He hecho en ella algunas modificaciones: he suprimido en primer lugar los dos términos de la suya, correspondientes á cero años, porque me pareció extraño ver en el segundo año un acrecentamiento de tres mil y tantos reales; en el tercer año un acrecentamiento total de cuatro mil y tantos reales, y así sucesivamente; singularidad que provenia de que *Parissot* suponia que la imposicion del capital adicional se efectuaba el 31 de diciembre de cada año al mismo tiempo que el descuento de los intereses; no solo esto no es rigorosamente exacto, sino que lleva el inconveniente de presentar al fin de cada año un acrecentamiento ó producto total, aumentado de la última imposicion que no es sino facticia. Por el contrario, yo supongo, segun el uso establecido, que las imposiciones se efectúan siempre en 1.º de enero de cada año, despues del descuento de los intereses.

La Tabla de *Parissot* está calculada para 100,000 rs., y no se extiende sino hasta 10 años. He alargado la mia hasta 50 años, adecuándola á una cantidad de 1,000 rs., á fin de establecer cierta uniformidad en las de este tratado. *Parissot* no ha hecho

servir su Tabla sino á la solucion de un solo problema, que presento literalmente con el número 30. Yo, al contrario, he extendido la aplicacion de la mia á problemas mucho mas complicados, y particularmente á la amortizacion de la deuda pública; esto me ha obligado á añadir una columna mas con el título de *acrecentamiento total de los capitales.*

Veamos primeramente la explicacion que dá *Parissot* de esta Tabla.

«Se ven, dice, dos líneas de números que corresponden á » cada número de años. La primera línea se refiere al capital » primitivo é indica su acrecentamiento; la segunda se refiere » á los capitales adicionales y demuestran su aumento. Esta Ta» bla no exige mucho cálculo para su construccion, porque no » es, por decirlo así, sino una copia de la Tabla primera. En » efecto, las cantidades correspondientes al capital primitivo » son absolutamente las mismas que en la Tabla primera. En » cuanto á las cantidades que corresponden á los capitales adi» cionales, tambien están sacadas de aquella tabla, y obtenidos » por medio de simples adiciones; esto es, sumando tantos tér» minos de la Tabla primera desde el primero, cuantos sean » los años correspondientes á la cantidad que se desee obtener.

» Para penetrarse de la razon de este método, considere» mos en una y en otra Tabla la columna del 5 por 100. Es » evidente que el capital adicional será:

»El último dia del 2.º año igual, á		1,050 rs.
»El primer dia del tercer año se »añadirán 1,000 rs., que el último »dia de dicho año son	1,050 rs.	2,152 rs. 50 c.
»Pero 1,050 rs. del año anterior »son	1,102 rs. 50 c.	
»El primer dia del cuarto año se »añadirán aun 1,000 rs., que el último dia de dicho año son.	1,050 rs.	3,310 rs. 13 c.
»Pero 1,050 rs. del año anterior »son	1,102 » 50 c.	
1,102 rs. 50 cent. son. . . .	1,157 » 68	
»El primer dia del 5.º año se añadirán aun 1,000 rs., que el último »dia de dicho año son.	1,050 rs.	4,525 rs. 64 c.
»Pero 1,050 rs. del año anterior	1,102 » 50 c.	
»1,102 rs. 50 cent. son . .	1,157 » 68	
»1,157 rs. 68 cent. son . .	1,215 » 51	

» de aquí resulta, como llevo dicho, que para tener el 1.º, el » 2.º, el 3.º, el 4.º, &c. término correspondiente al capital » adicional, es necesario sumar en la Tabla primera respecti- » vamente 1, 2, 3, 4, &c. términos consecutivos, empezan- » do siempre por el primero.

EJEMPLO 30.

29. » *Quiero imponer* 3,000 *rs. á* 5 *por* 100 *al año, y mi pro-* » *yecto es, no solo dejar que se acreciente este capital por la* » *acumulacion de los intereses compuestos, sino añadir to-* » *dos los años una cantidad de* 6,000 *rs., producto de mis* » *ahorros. Bajo estas hipótesis ¿á qué capital tendré obcion* » *al cabo de* 10 *años?*

» La solucion de este problema, por medio de esta tabla, » consiste en las dos proporciones siguientes:

1,000 rs. : 1,628 rs. 89 cent. : : 3,000 rs. : x = 4,886 rs. 67 cent.
1,000 rs. : 11,577 rs. 91 cent. : : 600 rs. : x = 6,946 rs. 74 cent.

Suma y solucion.................... 11,833 rs. 41 cent.

» En primer lugar: si un capital primitivo de 1,000 rs. » se convierte al cabo de 10 años en 1,628 rs. 89 cent., ¿á cuán- » to ascenderá en el mismo tiempo un capital primitivo de » 3,000 rs.? El cuarto término será 4,886 rs. 67 cent.

» En segundo lugar: si un capital adicional de 1,000 rs. » produce al cabo de 10 años un capital de 11,577 rs. 91 cent., » ¿qué producirá al cabo del mismo tiempo un capital adicio- » nal de 600 rs.? El cuarto término será 6,946 rs. 74 cent.

» Adiciónense estos solos resultados: el total 11,833 rs. 41 » cent. será la respuesta del problema."

He aquí cuanto dice *Parissot* respecto á esta tabla y á su aplicacion. No obstante que he tenido que modificar su demostracion, subordinando esta modificacion á la variacion que he hecho en la tabla. Lo que sigue actualmente es únicamente mio.

30. *Cuando el capital primitivo y el capital adicional impuestos cada año, son iguales entre sí, aunque diferentes de*

1,000 *rs., capital que sirve de base fundamental á la Tabla cuarta, y que el tiempo y el interés son los mismos por una y otra parte, los capitales acrecen en este caso proporcionalmente, ó en otros términos están en razon directa de sus acrecentamientos respectivos. De aquí resulta, que se puede, en todos los casos semejantes, confundir en una sola las dos proporciones indicadas.*

Así, si bajo los mismos datos que en la cuestion precedente, se me preguntase, por ejemplo, qué capital se obtendria al cabo de 12 años con el acrecentamiento total de 4,000 rs. impuestos el primer año y de igual cantidad impuesta los años siguientes, en lugar de hacer como antes las dos proporciones siguientes:

1,000 rs. : 1,795 rs. 86 cent. : : 4,000 rs. : $x =$ 7,183 rs. 44 cent.
1,000 rs. : 14,917 rs. 14 c. : : 4,000 rs. : $x =$ 59,668 rs. 56 cent.

cuyos dos cuartos términos suman............. 66,852 rs.

las reuniria en una sola de este modo:

1,000 rs. : 16,713 rs. : : 4,000 rs. x,

A este efecto diria: si un capital de 1,000 rs. impuesto al principio de cada año, dá al cabo de 12 años un acrecentamiento total de 16,713 rs., ¿qué acrecentamiento tendrá al cabo del mismo tiempo un capital de 4,000 rs. impuesto del mismo modo? Hallaré por cuarto término los mismos 66,852 rs.

Aplicacion especial de la Tabla cuarta á la amortizacion de la deuda pública.

31. Los gobiernos ilustrados no extinguen sus deudas, como los particulares, reembolsando todos los años una parte de ellas con sus intereses, como ya hemos demostrado en los ejemplos 12 al 18; lo efectúan por medio de una combinacion mas ingeniosa todavía, en la que entra el tiempo como el agente mas poderoso. Establecen pues cajas llamadas de *Amortizacion*, é imponen en ellas el primer dia del año que se efectúa un

empréstito, y los años sucesivos una cierta cantidad que se llama *dotacion*, y que por lo comun es de 1 por 100 del capital del empréstito. Estas imposiciones anuales aumentándose todos los años con sus intereses compuestos, resulta que la *Caja de Amortizacion* acaba, al cabo de cierto tiempo moral, por poseer una cantidad igual al empréstito contraido, y que por este medio el gobierno se halla en estado de reembolsar á sus acreedores.

He aquí á lo que se reducen, en el fondo, las operaciones de las *Cajas de Amortizacion*, que se modifican no obstante en razon de la naturaleza particular del contrato del empréstito. La mayor parte de los gobiernos han adoptado en este caso el método siguiente. Crean por lo general efectos públicos, que consisten en *rentas perpétuas* constituidas al 3, al 4, al 5 por 100; en fin, segun está el interés de los capitales en la época del empréstito; y hacen inscribir nominalmente estas rentas en el Gran Libro de la deuda pública. Así, por 100 millones de capital, por ejemplo, que un gobierno toma prestados al interés de 5 por 100 emite 5 millones de rentas perpétuas del capital nominal de 100 rs.; las que entrega á los prestamistas en cambio de su préstamo. Pero en lugar de recibir de estos 100 rs. que se obliga á reembolsarles mas adelante por cada 5 rs. de renta, no recibe realmente sino 55 rs., 64 rs., 66 rs., 50 cent., 67 rs., 75 rs., 85 rs., 55 cent.; 89 rs., 65 cent. 100 rs. 50 cent. *mas ó menos*; en fin, una cantidad menor de 100 rs., cantidad que es el termómetro de su crédito, esto es, de la confianza que inspira á sus acreedores. (*)

Estas inscripciones de rentas sobre el Gran Libro, que deben considerarse como promesas de pago, siendo negociables y

(*) He escogido á propósito las diferentes tasas, á las que el gobierno francés ha hecho sucesivamente sus varios empréstitos desde la restauracion, á fin de que se pueda juzgar del aumento rápido de su crédito en el espacio de algunos años. Varias son las causas que han contribuido á una elevacion tan considerable; pero la mas eficaz de todas es, sin duda alguna, la exactitud escrupulosa con que el Estado ha llenado sus obligaciones; *Pagad vuestras deudas hoy y mañana sereis ricos* exclamó un sabio ministro, en unos momentos de escasez; y en estas pocas palabras se encierra todo el secreto de la alquimia de la administracion económica de los gobiernos.

realizables á voluntad, al curso diario de la Bolsa, los prestamistas por este medio tienen la eleccion de cubrirse á cada momento de sus desembolsos, cediendo su derecho á una tercera persona, ó bien correr la suerte de la operacion, reservando en su poder una parte de sus inscripciones. Pero en todos casos, el Estado queda siempre gravado con una renta de 5 millones que deberá pagar á los portadores, cualesquiera que sean, de estas inscripciones, hasta tanto que les reembolse el capital nominal de 100 millones que representan.

Para conseguir este objeto, la *Caja de Amortizacion* que está dotada en numerario, coloca incesantemente sus fondos de dotacion con sus intereses en los efectos públicos; y como se aprovecha particularmente de los momentos de baja, es fácil comprender que estas operaciones, que sostienen ademas el crédito y los efectos públicos, deben con el tiempo absorver la deuda de un modo ó de otro; porque si, por ejemplo, la *Caja de Amortizacion* no pudiera adquirir la totalidad de las inscripciones emitidas, á causa de la conveniencia que tendrian varios portadores en guardarlas, adquiriria de todos modos su equivalente en numerario, y el Estado no dejaria por esto de quedar completamente desempeñado. En efecto, despues de haber cancelado todas las inscripciones recogidas, tendria ademas en la *Caja de Amortizacion* un capital efectivo igual al capital nominal de las inscripciones en circulacion; y el interés resultante de este capital, que haria fructificar de cualquier otro modo, bastaria para subvenir al pago de dichas inscripciones. El gobierno podria desde este momento suprimir el impuesto de 6 millones, destinado á hacer frente á los 5 millones de rentas y á alimentar los fondos de amortizacion. Así, bien sea que obligase á sus acreedores á recibir el reembolso ó no, la deuda pública, lo repito, quedaria extinguida totalmente.

EJEMPLO 31.

Un gobierno hace un empréstito de 100 millones de capital en efectivo al interés de 5 por 100, y para hacer frente á él crea 5 millones de rentas perpétuas. Crea al mismo tiempo una Caja de Amortizacion, que dota el primer año de un fondo primitivo de 1 millon, y de un fondo adicio-

nal de igual cantidad los años siguientes; se pregunta ¿cuántos años se necesitarán para extinguir este empréstito, suponiendo para mas facilidad los efectos públicos á la par, y que no se capitalicen los intereses sino á fin de año?

Para que el empréstito quede extinguido, es menester que la *Caja de Amortizacion* haya adquirido los 100 millones de efectos públicos, ó bien su equivalente. Es evidente que aplicando el primer año una dotacion primitiva de 1 millon, y añadiendo en los años siguientes una dotacion de igual cantidad, se extinguiria una deuda de 100 millones, precisamente en el mismo tiempo que se extinguiria una deuda de 100,000 rs. por medio de una dotacion primitiva de 1,000 rs., y una dotacion anual de igual cantidad. En efecto, 1,000 rs. siendo 1 por 100 sobre 100,000 rs., la proporcion permanece la misma, y en este caso los capitales acrecen proporcionalmente (30).

El número de años pedido será pues el que corresponda á 100,000 rs. en la columna del 5 por 100 intitulada: *Acrecentamiento total de los capitales*. Por esta razon busco esta cantidad en dicha columna; pero como no se halla, y que ademas es intermedia entre estas dos 94,836 rs. 34 cent. y 100,628 rs. 16 cent., correspondientes respectivamente á 35 y 36 años, es prueba de que se necesitan mas de 35 años, y menos de 36 años para extinguir la deuda pública; esto es, 35 años, mas la fraccion de año necesaria para que 94,836 rs. 34 cent. aumentados de 1,000 rs. impuestos el primer dia del 36 año, como el dia primero de los demas años, produzcan 100,000 rs. (*)

(*) La dotacion de la *Caju de Amortizacion*, en lugar de pagarse el primer dia de cada año, como lo supone la construccion de nuestra Tabla, se paga regularmente por docenos. Pero á causa de la naturaleza de las operaciones de la *Caja de Amortizacion* esta circunstancia no puede influir ninguna variacion en la exactitud de la comparacion.

En efecto, los seis primeros docenos, empleados en la compra de rentas, dan al cabo de los seis primeros meses, el interés del primer semestre sobre la mitad de los fondos de la amortizacion; los seis últimos docenos, empleados del mismo modo, dan al cabo de los seis últimos meses, el interés del segundo semestre sobre la otra mitad de los fondos de amortizacion. Al fin del primer año, la *Caja de Amortizacion* ha percibido el interés de la dotacion total, y gozado ademas del interés compuesto de los seis primeros meses.

Por consiguiente, si supiese el número de dias de interés sencillo á que corresponde la diferencia 4,163 rs. 66 cent. entre 95,836 rs. 34 cent. y 100,000 rs., añadiendo estos dias á los 35 años, tendria la solucion del problema. Pero esto no presenta dificultad alguna; en efecto, para conseguirlo busco el interés sencillo durante un año de 95,836 rs. 34 cent. que á la tasa actual de 5 por 100 es 4,791 rs. 82 cent., que obtengo tomando el 1/20 del capital; en seguida, como las cantidades que expresan los intereses son proporcionales á sus dias relativos, hallaré la fraccion de año que busco en el cuarto término de esta fraccion:

4,791 rs. 82 cent. : 365 dias : : 4,163 rs. 66 cent. : x,

este es 317 dias, ó sean 10 meses, 17 dias, los que añadidos á los 35 años, dan por total 35 años, 10 meses y 17 dias, considerando al año como de 365 dias, y no de 360 como se usa en el comercio.

Tampoco hemos hecho caso de los gastos de corretage, que debe de ser muy poca cosa para el gobierno, puesto que para los particulares no es sino de 1 por 1000.

La Tabla tercera puede servir á hacer la prueba de esta operacion con un año de diferencia, y he aquí de qué modo. Siendo 1 real sobre un capital de 100 rs. lo mismo que 10 rs. sobre un capital de 1,000 rs., busco en la columna del 5 por 100 esta cantidad que no se halla; pero como es intermedia entre 10 rs. 54 cent. y 9 rs. 94 cent., correspondientes respectivamente á 35 y 36 años, es una prueba que para que una imposicion anual y sucesiva de 10 rs. produzca 1,000 rs., es menester mas de 35 años y muy poco menos de 36, pues que la diferencia para completar este número de años es solo de 6 cent.

EJEMPLO 32.

La misma cuestion que la precedente, suponiendo el interés á 4 por 100 en lugar de 5 por 100.

Operando absolutamente como acabamos de hacer, se hallará por respuesta á la cuestion 40 años y 16 dias, abstraccion hecha de los gastos de corretage.

EJEMPLO 33.

Todos los datos siendo los mismos que en el ejemplo 31, excepto la dotacion primitiva y adicional de la Caja que se supone ahora ser de 2 por 100, ó de 2 millones en lugar de 1 por 100, ó de 1 millon, se pregunta ¿en cuántos años se extinguirá la deuda pública?

Para que la deuda pública quede extinguida, es menester que la *Caja de Amortizacion* haya adquirido los 100 millones de efectos públicos, ó bien un valor equivalente. Por otro lado, es evidente que aplicando el primer año una dotacion primitiva de 2 millones, y añadiendo en los años sucesivos una dotacion igual, se extinguirá una deuda de 100 millones, precisamente en el mismo tiempo que se extinguiría una deuda de 100,000 rs. con una dotacion primitiva de 2,000 rs. y una dotacion adicional de igual cantidad. En efecto, siendo 2,000 rs. 2 por 100 sobre 100,000 rs., la proporcion permanece la misma, y en este caso los capitales acrecen proporcionalmente (30).

Segun esto resulta, que 2,000 rs. tardarán el mismo tiempo para producir 100,000 rs., que 1,000 rs. para producir 50,000 rs. Por esta razon busco en la columna del acrecentamiento total á 5 por 100 esta cantidad que no se halla; pero como es intermedia entre estas dos 46,727 reales 11 cent. y 50,113 rs. 46 cent, correspondientes respectivamente á 24 y á 25 años, es prueba que se necesitan mas de 24 años, y menos de 25 para extinguir la deuda pública, esto es, 24 años mas la fraccion de año necesaria para que 46,727 rs. 11 cent. se conviertan en 50,000 rs.

Por otra parte, aunque, segun el enunciado de la cuestion presente, se impongan el primer dia del año 25 2,000 rs. como se ha efectuado en los años anteriores; sin embargo, como por nuestro modo de considerarlas, referimos la solucion á una imposicion invariable de 1,000 rs., base fundamental de la *Tabla cuarta*, no debemos añadir sino 1,000 rs. á los 46,727 rs. 11 cent.: esta reunion dá por total 47,727 rs. 11 cent., que presentan con 50,000 una diferencia de 2,272 rs. 89 cent. Esta diferencia es precisamente el interés sencillo de 47,727 rs. 11 cent. durante la fraccion de año desconocida, que deter-

minaré, como en el ejemplo 31, tomando primeramente el interés sencillo de estos 47,727 rs. 11 cent. durante un año, y formando con su producto 2,386 rs. 35 cent. la proporcion siguiente:

2,386 rs. 35 cent. : 365 dias : : 2,272 rs. 89 cent. : x,

cuyo cuarto término, 348 dias, sean 11 meses, 18 dias, añadidos á 24 años, dan por total y respuesta á la cuestion, 24 años, 11 meses, 18 dias, considerando, como lo haremos en los ejemplos siguientes, el año de 365 dias.

Hemos omitido en este ejemplo los gastos de corretage, y los omitiremos tambien en los ejemplos siguientes.

La misma Tabla cuarta puede servir á hacer la prueba exacta de esta operacion, cambiando la cuestion del modo siguiente: *Imponiendo el dia primero de cada año y durante 25 años consecutivos una cantidad de 2,000 rs., para que se acumulen al interés compuesto de 5 por 100, ¿qué capital se obtendrá al cabo de 24 años y 348 dias?*

Segun el principio establecido (30) conoceré el acrecentamiento total de 2,000 rs. al cabo de 24 años por medio de esta proporcion:

1,000 rs. : 46,727 rs. 11 cent. : : 2,000 rs. : x,

cuyo cuarto término 93,454 rs. 22 cent. Pero como por las condiciones de la cuestion se deben añadir todavía 2,000 rs. el primer dia del 25 año, se tendrá impuesto á esta época 95,454 rs. 22 cent., y añadiendo á esta cantidad su interés sencillo durante 348 dias, se habrá resuelto el problema.

Para determinar este interés, tomo el interés sencillo de 95,454 rs. 22 cent. durante un año, que es 4,772 rs. 71 cent, y digo: si 365 dias dan un interés de 4,772 rs. 71 cent., ¿cuánto darán 348 dias? Establezco pues esta segunda proporcion:

365 dias : 4,772 rs. 71 cent. : : 348 dias : x,

cuyo cuarto término 4,550 rs. 41 cent. añadidos á 95,454 rs. 22 cent., dan un total de 100,004 rs. 63 cent., en lugar de 100,000 rs. que hubiera debido hallar.

Esta diferencia, en mas de 4 rs. 63 cent., proviene de la fraccion de dia que hemos evaluado en mas en la primera operacion, sentando 348 dias en lugar de 347, porque el resto de la division excedia á 1/2. Luego la operacion está exacta.

Todavía se pudiera hacer la prueba de la misma operacion con aproximacion de un año, por medio de la Tabla tercera, repitiendo del modo siguiente el método indicado al fin del ejemplo 31.

Como 2 rs. sobre un capital de 100 rs. es lo mismo que 20 rs. sobre un capital de 1,000 rs., busco en la Tabla tercera esta cantidad que no se halla; pero como es intermedia entre 21 rs. 40 cent. y 19 rs. 96 cent.,

correspondiente á 24 y 25 años, es prueba que para que una imposicion anual y sucesiva de 2,000 rs. produzca un capital de 1,000 rs. es menester mas de 24 años y muy poco menos de 25, puesto que solo hay la diferencia de 4 cent. en cada imposicion para completar los 25 años.

EJEMPLO 34.

La misma cuestion que la precedente, suponiendo el interés al 4/5 por 100 en lugar del 5 por 100.

Operando absolutamente como en el ejemplo precedente, se hallará por respuesta á la cuestion 27 años y 6 dias.

EJEMPLO 35.

Todos los datos siendo los mismos que en el ejemplo 31, excepto que la dotacion de la Caja se supone ahora ser de 4 por 100 en lugar de 1 por 100: se pregunta ¿cuánto tiempo se necesitará para extinguir la deuda pública?

Para que la deuda pública quede extinguida, es menester que la *Caja de Amortizacion* haya adquirido los 100 millones de efectos públicos, ó bien un valor equivalente. Por otro lado, es evidente que aplicando el primer año una dotacion primitiva de 4/5 por 100, y añadiendo en los años sucesivos una dotacion igual, se extinguirá una deuda de 100 millones precisamente en el mismo tiempo que se extinguiria una deuda de 100,000 rs. con una dotacion de 800 rs. anuales. En efecto, siendo 800 rs. 4/5 por 100 sobre 100,000 rs., la proporcion permanece la misma, y en este caso los capitales acrecen proporcionalmente (30).

Segun esto resulta que 800 rs. tardarán el mismo tiempo en producir 100,000 rs., que 1,000 en producir 125,000 rs. (*). Por esta razon busco en la columna del acrecentamiento

(*) Si á primera vista no hubiera sido tan fácil conocer este término, se hubiera podido determinar por medio del siguiente raciocinio: ¿Si 800 rs. han producido un acrecentamiento total de 100,000 rs. al cabo de cierto tiempo, cuál será el acrecentamiento total de 1,000 rs. en el mismo tiempo? De aquí la proporcion siguiente:

800 rs. : 100,000 rs. : : 1,000 rs. : x,

cuyo cuarto término es efectivamente los citados 125,000 rs.

total al 5 por 100 esta última cantidad; pero no hallándola, y por otro lado siendo intermedia entre estas dos 119,799 rs. 80 cent. y 126,839 rs. 79 cent., correspondientes respectivamente á 39 y 40 años, es prueba que es menester mas de 39 años y menos de 40 para extinguir la deuda pública, esto es, 39 años mas la fraccion de año necesaria para que 119,799 rs. 80 cent. se conviertan en 125,000 rs.

Por otra parte, annque, segun el enunciado de la cuestion actual, no se imponen el primer dia del 40 año sino 800 rs. como se ha efectuado el primer dia de los años anteriores; no obstante, como por nuestro modo de considerarla, referimos la solucion á una imposicion invariable de 1,000 rs., base fundamental de la Tabla cuarta, debemos añadir 1,000 reales á los 119,799 rs. 80 cent.: esta reunion dá por total 120,799 rs. 80 cent., que presentan con 125,000 reales una diferencia de 4,200 rs. 20 cent. Esta diferencia es precisamente el interés sencillo de 120,799 rs. 80 cent., durante la porcion de año incógnita; la que determinaremos, como en los ejemplos precedentes, tomando en primer lugar el interés sencillo de 120,799 rs. 89 cent. durante un año, que es 6,039 rs. 98 cent., y estableciendo en seguida la proporcion siguiente:

6,039 rs. 98 cent. : 365 dias : : 4,200 rs. 20 cent. : x,

cuyo cuarto término es 254 dias, ó bien 8 meses y 14 dias; los que añadidos á los 39 años, dan por total y respuesta á la cuestion, 39 años, 8 meses y 14 dias.

Si quisiésemos hacer la prueba de esta operacion por medio de la Tabla cuarta, cambiaríamos el enunciado del problema, como lo hemos hecho en el ejemplo anterior, del modo siguiente: *imponiendo el primer dia de cada año y durante 39 años consecutivos una cantidad de 800 rs. para que se acumulen al interés compuesto de 5 por 100 ¿qué capital se obtendrá al cabo de 39 años y 254 dias?*

Operando absolutamente como hemos hecho, se hallará por respuesta á la cuestion actual 100,002 rs. 38 cent. (La diferencia que se nota de 2 rs. 38 cent., proviene de la misma razon que hemos dado en el ejemplo precedente de la de los 4 rs. 63 cent.)

La Tabla tercera puede servir tambien á hacer la prueba de esta operacion, con la aproximacion de menos de un año, y he aquí el cómo: siendo 4/5 por 100 lo mismo que 8 rs. por 1,000 rs., busco en la columna del 5 por 100 esta cantidad de 8 rs. Pero como no se halla, y que ademas es intermedia entre estas dos 8 rs. 350 cent. y 7 rs. 88 cent.,

correspondientes respectivamente á 39 y 40 años, es prueba que para que una imposicion anual y sucesiva de 8 rs. produzca un capital de 1,000 rs., se necesitan mas de 30 años y menos de 40, puesto que faltan 53 cent. por imposicion para completar los 40 años.

EJEMPLO 36.

La misma cuestion que la precedente, suponiendo el interés á 4 por 100 en lugar de 5 por 100.

Operando absolutamente como en el ejemplo precedente, se hallará por respuesta á la cuestion 44 años y 300 dias, ó bien 44 años y 10 meses.

EJEMPLO 37.

Se quiere extinguir la deuda pública en 30 años justos, ¿cuánto por 100 del capital del empréstito debe consagrarse á este objeto, suponiendo el interés al 5 por 100?

Para extinguir la deuda es necesario que la *Caja de Amortizacion* posea un capital equivalente. La cuestion actual se convierte por esta razon en la misma del número 25, y puede expresarse en estos términos: *¿qué cuota por 100 deberá imponerse el primer dia de cada año para obtener un capital (cualquiera que sea) al cabo de 30 años?*

Operando por medio de la Tabla tercera, y absolutamente como en el ejemplo número 25, se hallará 1,434 por la cuota por 100 pedida, esto es, una dotacion anual 1.434,000 rs.

EJEMPLO 38.

La misma cuestion que la precedente, suponiendo el interés á 4 por 100.

La cantidad que en la (T. 3.ª) columna del 4 por 100 corresponde á 30 años es 17 rs. 14 cent.; tomo pues el 1/10, y el resultado 1,714 por 100 responde á la cuestion; la dotacion de la Caja deberá ser en este caso 1.714,000 rs.

32. Sino se quisiese emplear la Tabla tercera, se puede continuar sirviéndose de la cuarta para la solucion de estos dos últimos problemas, ó emplearla como un medio de verificacion. Para esto basta *dividir el número* 100,000 *por la cantidad cor-*

respondiente al número de años dado en la columna del acrecentamiento total relativa al interés indicado.

Así, para verificar la operacion del ejemplo 37 por medio de la Tabla cuarta, siendo el acrecentamiento total de 1,000 rs. al 5 por 100 al cabo de 30 años 69,760 rs. 80 cent., dividido por dicha cantidad 100,000, y hallando por cuociente los mismos 1,434 ya obtenidos, concluyo que mi primer resultado era exacto.

Divido igualmente 100,000 por 58,328 rs. 32 cent., acrecentamiento total de 1,000 rs. al cabo de 30 años al 4 por 100, y el cuociente 1,714, siendo conforme al resultado hallado en el ejemplo 38, concluyo que tambien es exacto.

He aquí actualmente la demostracion del principio que acabamos de establecer, y bajo el cual está construida la Tabla tercera.

El acrecentamiento total correspondiente á cada año de la Tabla cuarta es el producto de 1,000 rs. al cabo de dicho tiempo, esto es, de 1 por 100 sobre 100,000 rs. Pero por la naturaleza de los problemas á que se aplica este principio, se quiere substituir á cada uno de estos acrecentamientos una cantidad de 100,000 rs. justos. La cuota por 100 necesaria para producir estos 100,000 rs. debe ser tanto mayor que 1 por 100, cuanto que el acrecentamiento total relativo á este 1 por 100 es mas pequeño que 100,000 rs. De aquí resulta que las cuotas por 100 están entre sí en razon inversa de su acrecentamiento total relativo.

Segun esto la cuota por 100 preguntada en el ejemplo 37 será el cuarto término de una proporcion que empiece por estos tres:

$$69{,}760 \text{ rs. } 80 \text{ cent.} : 100{,}000 \text{ rs.} :: 1 \text{ por } 100 : x,$$

y como segun la propiedad fundamental de las proporciones geométricas el producto de los extremos es igual al de los medios, se tendrá

$$x = \frac{100{,}000 \text{ rs.} \times 1}{69{,}760 \text{ rs. } 80 \text{ c.}}$$

Para hallar el valor de x que expresa la cuota por 100 pedida, será necesario por consiguiente multiplicar 100,000 rs.

por 1, y dividir el producto por 69,760 rs. 80 cent., acrecentamiento total de 1 por 100 al cabo de 30 años. Pero como la multiplicacion de una cantidad cualquiera por la unidad no puede añadir nada á dicha cantidad, bastará el dividir 100,000 rs. por 69,760 rs. 80 cent.

Pudiendo aplicarse el mismo principio á cualquiera otro ejemplo, el principio está demostrado.

Reasumiendo lo que precede se deducen las reglas generales siguientes:

33. *Para conocer el tiempo necesario para la extincion de la deuda pública constituida al interés de 4 y 5 por 100 al año, afectando para la amortizacion una cuota por 100 cualquiera sobre el capital del empréstito, divídase primeramente la cantidad 100,000 rs. por esta cuota. Búsquese en seguida en la columna relativa del acrecentamiento total la cantidad mas aproximada del cuociente hallado que llamarémos* A, *pero que sea menor que* A; *y el número de años correspondiente, en la cuarta Tabla á esta cantidad expresará el tiempo preguntado en años enteros.*

Para determinar en seguida la fraccion de año, auméntese la cantidad citada en todos los casos posibles de 1,000 *rs. justos, y se tendrá un total que llamarémos* B. *Establézcase en seguida una regla de tres, que tenga por primer término el interés de un año del total* B; *por segundo término* 365 *dias; y por tercer término la diferencia entre el total* B *y el cuociente* A; *el cuarto término indicará el número de dias que es menester añadir á los años precedentes para completar la solucion de la cuestion.* (Véanse los ejemplos 31 al 36.)

Si el fondo de amortizacion, en lugar de estar representado por una cuota por 100, *lo estuviese por una cantidad cualquiera, divídase por esta el número* 100,000 *para hallar el cuociente* A.

34. *Para conocer la cuota por* 100 *del capital del empréstito, que es necesario afectar á la amortizacion para extinguir la deuda pública en un tiempo dado, es menester cuando se emplea la Tabla tercera dividir por* 10 *la cantidad correspondiente en la columna de la tasa del interés dado, al número de años de que se trata; el cuociente servirá de respuesta á la cuestion.* (Véanse los ejemplos 37 y 38.)

Si se quisiese emplear la Tabla cuarta en la solucion del mismo problema, es necesario dividir la cantidad 100,000 *por la que corresponda al número de años dado en la columna del interés propuesto; el cuociente servirá de respuesta á la cuestion.* (Véanse los ejemplos 37 y 38).

Ventajas resultantes de las Cajas de Amortizacion.

35. Antes de entrar en materia es preciso partir de este principio, que tanto los gobiernos como los particulares deben procurar desempeñarse de sus cargas lo mas pronto posible, y por consiguiente pagar sus deudas de un modo ó de otro; porque la palabra *perpétuas* no se emplea en las rentas sino por oposicion á la de *vitalicios*; esto es, que una renta perpétua en lugar de extinguirse con su capital, como una renta vitalicia, á la muerte de la persona sobre cùya vida está constituida, no puede por el contrario extinguirse sino por el reembolso del capital que representa. Así pues, una renta perpétua es y *debe ser* redimible á la voluntad del deudor, no tán solo porque esta disposicion se encuentra en los reglamentos sobre este objeto, sino porque pertenece al código de la razon y del sentido comun preexistente á todos los reglamentos, y porque esto procede de la naturaleza misma de las cosas. En efecto, no se podrian establecer rentas perpétuas en un sentido absoluto sin caer en lo absurdo y en lo injusto; en lo absurdo, porque se seguiría de esto que la renta sería pagadera hasta el fin del mundo, ó por mejor decir, que sería una renta *eterna*: en lo injusto, porque si el deudor podia imponerse á sí mismo la necesidad de no reembolsar esta renta durante su vida, no habria razon para justificar el derecho que se arrogaría de someter á la misma condicion las generaciones sucesivas de sus herederos, ligándolos de este modo, y ademas en perjuicio suyo; fijando de un modo *invariable* el interés de los capitales, cuya tasa es esencialmente *variable* segun las circunstancias. Este raciocinio se aplica naturalmente al gobierno, porque encargado de los intereses generales de la sociedad, está, con mucha mas razon, en el derecho comun.

Esto supuesto, no les queda otro partido á los gobiernos que el de escoger el modo mas económico de desempeñarse; y para convencer á la multitud de incrédulos de las ventajas que trae consigo el sistema de amortizacion, basta comparar sus resultados con los de los demas sistemas. Dejemos pues hablar á los números, verdadera lengua de la hacienda.

Hemos visto en el ejemplo 31, que un gobierno que toma un empréstito á 5 por 100 al año, y que afecta para su amortizacion un fondo anual de 1 por 100 sobre el capital del empréstito, extingue su deuda en 53 años, 10 meses y 17 dias, sean 36 años para tener una cuenta redonda, puesto que la diferencia es tan pequeña. Resulta pues, que para extinguir al cabo de este tiempo un empréstito de 100 millones, por ejemplo, contratado á 5 por 100 al año, el estado no tiene mas que hacer que aumentar sus impuestos durante 36 años, de 6 millones, de los cuales, 5 para el pago de intereses y 1 para el fondo de amortizacion.

Por otro lado, si el gobierno desecha el sistema de amortizacion, no le queda sino dos otros medios de pagar su empréstito, á saber: las rentas vitalicias y las anualidades; pero como las rentas vitalicias no sean otra cosa que anualidades, cuyo número es incierto á causa de la duracion precaria de la vida, no pueden suministrarnos ningun resultado positivo, ni pueden ser preferibles bajo ningun aspecto á las anualidades propiamente llamadas así, mas equitativas por sí mismas, y que concilian mucho mejor los intereses del deudor y del acreedor. Nos detendremos pues en estas últimas.

Para suplir el sistema de amortizacion, y pagar su deuda en 36 años, deberá pues el gobierno pagar á sus acreedores 36 anualidades. Calculemos ahora su cuota por medio de la Tabla segunda, que nos demuestra que para extinguir en 36 años una deuda de 1,000 rs. contratada á 5 por 100, es menester pagar una cantidad anual de 60 rs. 43 cent. Para extinguir un empréstito de 100 millones, cantidad 100,000 veces mayor, será necesario pagar durante 36 años una anualidad 100,000 veces mayor, esto es, una anualidad de 6.043,000 rs. Por consiguiente el Estado tendrá que sobrecargar las contribuciones en 6.043,000 rs., durante 36 años, empleando este modo de extincion, mientras que por el de la amortizacion era suficien-

te una contribucion de 6 millones. Prefiriendo la institucion de la *Caja de Amortizacion*, el Estado economiza 43,000 rs. al año durante 36 años, y todavía partiendo de una cantidad redonda; porque nuestras Tablas, estando únicamente calculadas para las necesidades ordinarias, al adaptarlas al caso presente hemos despreciado los tres últimos guarismos significativos en los enteros (*).

Ademas de esta negligencia en el cálculo, la economía debe aumentarse, aun por las dos razones siguientes, que concurren á abreviar los 36 años de la duracion ordinaria de la deuda, á saber: 1.° la capitalizacion de los intereses por semestre: 2.° la compra de los efectos públicos por debajo de la par. Sería pues necesario añadir al total de la primera economía de 36 veces 43,000 rs., ó sea 1.548,000 rs., la cantidad relativa al tiempo que se gana, esto es, que sería menester aumentar á 1.548,000 rs. 6 millones si la deuda se extinguia en 35 años; 12 millones si se extinguia en 34 años, y así sucesivamente.

Pero todo esto no constituye nunca sino una economía pecuniaria, que no es sino una pequeñísima ventaja de las que produce el sistema de amortizacion. Las mas importantes son sin replicar los recursos inherentes á esta combinacion ingeniosísima, la consolidacion del crédito público y las consecuencias favorables que resultan. En efecto, la *Caja de Amortizacion* es un rico capitalista siempre pronto á venir al socorro del gobierno en momentos de crisis, siendo al mismo tiempo el contrapeso de la deuda pública. Si una guerra imprevista ó alguna otra urgencia le obligan á recurrir á nuevos empréstitos, hallará dinero á un precio menos oneroso, si posée ya, ó si instituye al mismo tiempo un establecimiento tan útil. Y si á pesar de todo esto, los prestadores quisiesen abusar de su estrema

(*) Si se suponia el empréstito contratado á 4 por 100 en lugar de 5, y la dotacion de la Caja siempre la misma, es decir, 1 por 100, se necesitarían 40 años (despreciando 16 dias) para extinguir la deuda pública: el gobierno adoptando el sistema de anualidades debería pagar 5.052,000 rs. cada año durante 40 años consecutivos. Por consiguiente, prefiriendo á este último modo el sistema de amortizacion, economizaría 40 veces 52,000 rs., ó sea 2.080,000 rs., despreciando siempre los tres guarismos últimos significativos en los enteros.

necesidad, podrá burlar su avaricia, recurriendo á los fondos de la amortizacion. Por este medio se pondrá en estado de salir de sus apuros, y de esperar circunstancias mas prósperas.

En fin, para negar la superioridad verdaderamente incontestable de las *Cajas de Amortizacion* sobre los demas modos de desempeñarse de la deuda pública, es necesario no entender el mecanismo de sus operaciones, no penetrar sus felices consecuencias, ó querer negar hasta la evidencia.

Doble aplicacion de los problemas precedentes.

36. Los últimos ejemplos, aunque exclusivamente destinados al parecer á la solucion de los problemas de amortizacion, son susceptibles de aplicacion á ciertas transacciones entre los particulares, cuyo efecto es enteramente opuesto.

Así la cuestion 31 puede presentarse bajo este aspecto:

Imponiendo 1 *por* 100 *de un capital cualquiera al principio de cada año, para que se aumente al interés compuesto de* 5 *por* 100 *al año, ¿en cuánto tiempo se obtendrá este mismo capital?*

Respuesta: 35 años, 10 meses, 17 dias.

La cuestion 33 puede del mismo modo convertirse en esta:

Imponiendo 2 *por* 100 *de un capital cualquiera al principio de cada año, para que se aumente al interés compuesto de* 5 *por* 100 *al año, ¿en cuánto tiempo se obtendrá este mismo capital?*

Respuesta: 24 años, 11 meses, 18 dias.

Igualmente la cuestion 35 se convierte en la que sigue:

Imponiendo 4/5 *por* 100 *de un capital cualquiera al principio de cada año, para que se aumente al interés com-*

puesto de 5 por 100 al año, ¿en cuánto tiempo se obtendrá este mismo capital?

Respuesta: 39 años, 8 meses, 14 dias.

Siendo en cada uno de estos tres ejemplos la operacion aritmética, y el raciocinio que conduce á ella, absolutamente los mismos que los que hemos visto á medida de la solucion de los problemas correspondientes, nos abstenemos de hacer la mas pequeña repeticion sobre este asunto.

TABLA PRIMERA,

que indica el acrecentamiento, desde 1 año hasta 50 años, y año por año de un capital de 1 000 rs. impuesto al interés compuesto de 2, 3, 4, 5 y 6 por 100 al año.

Años.	2 por 100.		3 por 100.		4 por 100.		5 por 100.		6 por 100.	
	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.
1	1020	»	1030	»	1040	»	1050	»	1060	»
2	1040	40	1060	90	1081	60	1102	50	1123	60
3	1061	21	1092	73	1124	86	1157	63	1191	02
4	1082	43	1125	51	1169	86	1215	51	1262	48
5	1104	08	1159	27	1216	65	1276	28	1338	23
6	1126	16	1194	05	1265	32	1340	10	1418	52
7	1148	69	1229	87	1315	93	1407	10	1503	63
8	1171	66	1266	77	1368	57	1477	46	1593	85
9	1195	09	1304	77	1423	31	1551	33	1689	48
10	1218	99	1343	92	1480	24	1628	89	1790	85
11	1243	37	1384	23	1539	45	1710	34	1898	30
12	1268	24	1425	76	1601	03	1795	86	2012	20
13	1293	61	1468	53	1665	07	1885	65	2132	93
14	1319	48	1512	59	1731	68	1979	93	2260	90
15	1345	87	1557	97	1800	94	2078	93	2396	56
16	1372	79	1604	71	1872	98	2182	87	2540	35
17	1400	24	1652	85	1947	90	2292	02	2692	77
18	1428	25	1702	43	2025	82	2406	62	2854	34
19	1456	81	1753	51	2106	85	2526	95	3025	60
20	1485	95	1806	11	2191	12	2653	30	3207	14
21	1515	67	1860	29	2278	77	2785	96	3339	56
22	1545	98	1916	10	2369	92	2925	26	3603	54
23	1576	90	1973	59	2464	72	3071	52	3819	75
24	1608	44	2032	79	2563	30	3225	10	4048	93
25	1640	61	2093	78	2665	84	3386	35	4291	87
26	1673	42	2156	59	2772	47	3555	67	4549	38
27	1706	89	2221	29	2883	37	3733	46	4822	35
28	1741	02	2287	93	2998	70	3920	13	5111	69
29	1775	84	2356	57	3118	65	4116	14	5418	39
30	1811	36	2427	26	3243	40	4321	94	5743	49
31	1847	59	2500	08	3373	13	4538	04	6088	10
32	1884	54	2575	08	3508	06	4764	94	6453	39
33	1922	23	2652	34	3648	38	5003	19	6840	59
34	1960	68	2731	91	3794	32	5253	35	7251	03
35	1999	89	2813	86	3946	09	5516	02	7686	09
36	2039	89	2898	28	4103	93	5791	82	8147	25
37	2080	69	2985	23	4268	09	6081	41	8636	09
38	2122	30	3074	78	4438	81	6385	48	9154	25
39	2164	74	3167	03	4616	37	6704	75	9703	51
40	2208	04	3262	04	4801	02	7039	99	10285	72
41	2252	20	3359	90	4993	06	7391	99	10902	86
42	2297	24	3460	70	5192	78	7761	59	11557	03
43	2343	19	3564	52	5400	50	8149	67	12250	45
44	2390	05	3671	45	5616	52	8557	15	12985	48
45	2437	85	3781	60	5841	18	8985	01	13764	61
46	2486	61	3895	04	6074	82	9434	26	14590	49
47	2536	34	4011	90	6317	82	9905	97	15465	92
48	2587	07	4132	25	6570	53	10401	27	16393	87
49	2638	81	4256	22	6833	35	10921	33	17377	50
50	2691	59	4383	91	7106	68	11467	40	18420	15

TABLA SEGUNDA,

que indica la anualidad que se debe pagar al fin de cada año, durante un número consecutivo de años, desde 1 año hasta 50, para extinguir un préstamo de 1000 rs. con sus intereses compuestos á 2, 3, 4, 5 y 6 por 100 al año.

Años.	2 por 100.		3 por 100.		4 por 100.		5 por 100.		6 por 100.	
	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.
1	1020	»	1030	»	1040	»	1050	»	1060	»
2	515	05	522	61	530	20	537	81	545	44
3	346	76	353	53	360	35	367	21	374	11
4	262	62	269	03	275	50	282	01	288	60
5	212	16	218	36	224	63	230	98	237	40
6	178	53	184	60	190	76	199	02	203	36
7	154	51	160	51	166	61	172	82	179	14
8	136	51	142	46	148	53	154	72	161	04
9	122	52	128	43	134	49	140	70	147	02
10	111	33	117	23	123	29	129	51	135	87
11	102	18	108	08	114	15	120	39	126	79
12	94	56	100	46	106	55	112	83	119	28
13	88	12	94	03	100	14	106	46	112	96
14	82	60	88	53	94	67	101	02	107	59
15	77	83	83	77	89	94	96	34	102	96
16	73	65	79	61	85	82	92	27	98	96
17	69	97	75	95	82	20	88	70	95	45
18	66	70	72	71	78	99	85	55	92	36
19	63	78	69	81	76	14	82	75	89	62
20	61	16	67	22	73	58	80	24	87	19
21	58	79	64	87	71	28	78	»	85	01
22	56	63	62	75	69	20	75	97	83	05
23	54	67	60	60	67	31	74	14	81	28
24	52	87	59	81	65	59	72	47	79	68
25	51	22	57	»	64	01	70	95	78	23
26	49	70	55	94	62	57	69	56	76	90
27	48	29	54	56	61	24	68	29	75	70
28	46	99	53	29	60	01	67	12	74	59
29	45	78	52	12	58	88	66	05	73	58
30	44	65	51	02	57	83	65	05	72	65
31	43	60	50	»	56	86	64	13	71	80
32	42	61	49	05	55	95	63	28	71	»
33	41	69	48	16	55	10	62	50	70	27
34	40	82	47	32	54	32	61	76	69	60
35	40	»	46	54	53	58	61	07	68	97
36	39	23	45	80	52	89	60	43	68	40
37	38	51	45	11	52	24	59	84	67	86
38	37	82	44	46	51	63	59	28	67	36
39	37	17	43	84	51	06	58	77	66	89
40	36	56	43	26	50	52	58	28	66	46
41	35	97	42	71	50	02	57	82	66	06
42	35	42	42	19	49	54	57	40	65	68
43	34	89	41	70	49	10	56	99	65	33
44	34	39	41	23	48	67	56	62	65	01
45	33	91	40	79	48	26	56	26	64	70
46	33	45	40	36	47	88	55	93	64	42
47	33	02	39	96	47	52	55	61	64	15
48	32	60	39	58	47	18	55	32	63	90
49	32	20	39	21	46	86	55	04	63	66
50	31	82	38	87	46	55	54	78	63	44

TABLA TERCERA,

que indica la cantidad que es necesario imponer el primer dia de cada año, durante un cierto número de años, desde 1 *año hasta* 50, *para obtener un capital de* 1000 *rs al interés compuesto de* 2, 3, 4, 5 *y* 6 *por* 100 *al año.*

Años.	2 por 100.		3 por 100.		4 por 100.		5 por 100.		6 por 100.	
	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.
1	980	39	970	87	961	54	952	38	943	40
2	485	34	478	26	471	34	464	58	457	96
3	320	35	314	11	308	03	302	10	296	33
4	237	87	232	07	226	43	220	96	215	65
5	188	39	182	87	177	53	172	36	167	36
6	155	42	150	10	144	96	140	02	135	25
7	131	85	126	71	121	74	116	97	112	39
8	114	23	109	18	104	35	99	74	95	32
9	100	51	95	57	90	86	86	37	82	10
10	89	54	84	69	80	09	75	72	71	57
11	80	57	75	80	71	30	67	04	63	01
12	73	10	68	41	63	99	59	83	55	92
13	66	78	62	17	57	83	53	77	49	69
14	61	37	56	82	52	57	48	59	44	89
15	56	69	52	20	48	02	44	14	40	53
16	52	60	48	17	44	06	40	26	36	75
17	48	99	44	61	40	58	36	86	33	44
18	45	79	41	47	37	49	33	85	30	53
19	42	92	38	65	34	75	31	19	27	94
20	40	35	36	13	32	29	28	80	25	65
21	38	02	33	86	30	08	26	66	23	59
22	35	91	31	79	28	08	24	73	21	74
23	33	99	29	92	27	31	22	99	20	07
24	32	23	28	20	24	60	21	40	18	57
25	30	61	26	63	23	09	19	96	17	20
26	29	12	25	18	21	70	18	63	15	95
27	27	74	23	85	20	42	17	52	14	81
28	26	46	22	62	19	24	16	31	13	77
29	25	27	21	47	18	15	15	28	12	81
30	24	47	20	41	17	14	14	34	11	93
31	23	13	20	»	16	21	13	46	11	13
32	22	17	19	05	15	34	12	65	10	38
33	21	26	17	63	14	52	11	90	9	69
34	20	41	16	82	13	76	11	20	9	06
35	19	61	16	06	13	06	10	54	8	47
36	18	86	15	34	12	39	9	94	7	92
37	18	14	14	67	11	77	9	37	7	41
38	17	47	14	04	11	18	8	84	6	94
39	16	83	13	44	10	64	8	35	6	50
40	16	23	12	88	10	12	7	88	6	10
41	15	66	12	34	9	63	7	45	5	72
42	15	12	11	84	9	17	7	04	5	36
43	14	60	11	70	8	74	6	66	5	03
44	14	11	10	90	8	33	6	30	4	72
45	13	64	10	47	7	95	5	96	4	43
46	13	19	10	06	7	58	5	65	4	17
47	12	77	9	67	7	23	5	35	3	91
48	12	36	9	30	6	90	5	07	3	68
49	11	97	8	95	6	59	4	80	3	46
50	11	59	8	61	6	30	4	55	3	25

TABLA CUARTA,

que indica el acrecentamiento anual, desde 1 año hasta 50, que puede tener un capital de 1000 rs., cuando independientemente de los intereses que se le acumulan se le añade ademas todos los años otro capital de 1000 rs. que gana el mismo interés que el primero.

Años.	Naturaleza de los capitales.	4 por 100.				5 por 100.			
		Acrecentam. parcial de los capit.		Acrecentam. total de los capit.		Acrecentam. parcial de los capit.		Acrecentam. total de los capit.	
		rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.
1	Capital primit.	1040	»	1040	»	1050	»	1050	»
	Capital adic....	»	»			»	»		
2	Capital primit.	1081	60	2121	60	1102	50	2152	50
	Capital adic....	1040	»			1050	»		
3	Capital primit.	1124	86	3246	46	1157	63	3310	13
	Capital adic....	2121	60			2152	50		
4	Capital primit.	1169	86	4416	32	1215	51	4525	64
	Capital adic....	3246	46			3310	13		
5	Capital primit.	1216	65	5632	97	1276	28	5801	92
	Capital adic....	4416	32			4525	64		
6	Capital primit.	1265	32	6898	29	1340	10	7142	02
	Capital adic....	5632	97			5801	92		
7	Capital primit.	1315	93	8214	22	1407	10	8549	12
	Capital adic....	6898	29			7142	02		
8	Capital primit.	1368	57	9582	79	1477	46	10026	58
	Capital adic....	8214	22			8549	12		
9	Capital primit.	1423	31	11006	10	1551	33	11577	91
	Capital adic....	9582	79			10026	58		
10	Capital primit.	1480	24	12486	34	1628	89	13206	80
	Capital adic....	11006	10			11577	91		
11	Capital primit.	1539	45	14025	79	1710	34	14917	14
	Capital adic....	12486	34			13206	80		
12	Capital primit.	1601	03	15626	82	1795	86	16713	»
	Capital adic....	14025	79			14917	14		
13	Capital primit.	1665	07	17291	89	1885	65	18598	65
	Capital adic....	15626	82			16713	»		
14	Capital primit.	1731	68	19023	57	1979	93	20578	58
	Capital adic....	17291	89			18598	65		

Años.	Naturaleza de los capitales.	4 por 100.				5 por 100.			
		Acrecentam. parcial de los capit.		Acrecentam. total de los capit.		Acrecentam. parcial de los capit.		Acrecentam. total de los capit.	
		rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.	rs. vn.	cent.
15	Capital primit.	1800	94	20824	51	2078	93	22657	51
	Capital adic....	19023	57			20578	58		
16	Capital primit.	1872	98	22697	49	2182	87	24840	38
	Capital adic....	20824	51			22657	51		
17	Capital primit.	1947	90	24645	39	2292	02	27132	40
	Capital adic....	22697	49			24840	38		
18	Capital primit.	2025	82	26671	21	2406	62	29539	02
	Capital adic....	24645	39			27132	40		
19	Capital primit.	2106	85	28778	06	2526	95	32065	97
	Capital adic....	26671	21			29539	02		
20	Capital primit.	2191	12	30969	18	2653	30	34719	27
	Capital adic....	28778	06			32065	97		
21	Capital primit.	2278	77	33247	95	2785	96	37505	23
	Capital adic....	30969	18			34719	27		
22	Capital primit.	2369	92	35617	87	2925	26	40430	49
	Capital adic....	33247	95			37505	23		
23	Capital primit.	2464	72	38082	59	3071	52	43502	01
	Capital adic....	35617	87			40430	49		
24	Capital primit.	2563	30	40645	89	3225	10	46727	11
	Capital adic....	38082	59			43502	01		
25	Capital primit.	2665	84	43311	73	3386	35	50113	46
	Capital adic....	40645	89			46727	11		
26	Capital primit.	2772	47	46084	20	3555	67	53669	13
	Capital adic....	43311	73			50113	46		
27	Capital primit.	2883	37	48967	57	3733	46	57402	59
	Capital adic....	46084	20			53669	13		
28	Capital primit.	2998	70	51966	27	3920	13	61322	72
	Capital adic....	48967	57			57402	59		
29	Capital primit.	3118	65	55084	92	4116	14	65438	86
	Capital adic....	51966	27			61322	72		
30	Capital primit.	3243	40	58328	32	4321	94	69760	80
	Capital adic....	55084	92			65438	86		
31	Capital primit.	3373	13	61701	45	4538	04	74298	84
	Capital adic....	58328	32			69760	80		
32	Capital primit.	3508	06	65209	51	4764	94	79063	78
	Capital adic....	61701	45			74298	84		

Años.	Naturaleza de los capitales.	4 por 100. Acrecentam. parcial de los capit. rs. vn.	cent.	4 por 100. Acrecentam. total de los capit. rs. vn.	cent.	5 por 100. Acrecentam. parcial de los capit. rs. vn.	cent.	5 por 100. Acrecentam. total de los capit. rs. vn.	cent.
33	Capital primit.	3648	38	68857	89	5003	19	84066	97
	Capital adic....	65209	51			79063	78		
34	Capital primit.	3794	32	72652	21	5253	35	89320	32
	Capital adic....	68857	89			84066	97		
35	Capital primit.	3946	09	76598	30	5516	02	94836	34
	Capital adic....	72652	21			89320	32		
36	Capital primit.	4103	93	80702	23	5791	82	100628	16
	Capital adic....	76598	30			94836	34		
37	Capital primit.	4268	09	84970	32	6081	41	106709	57
	Capital adic....	80702	23			100628	16		
38	Capital primit.	4438	81	89409	13	6385	48	113095	05
	Capital adic....	84970	32			106709	57		
39	Capital primit.	4616	37	94025	50	6704	75	119799	80
	Capital adic....	89409	13			113095	05		
40	Capital primit.	4801	02	98826	52	7039	99	126839	79
	Capital adic....	94025	50			119799	80		
41	Capital primit.	4993	06	103819	58	7391	99	134231	78
	Capital adic....	98826	52			126839	79		
42	Capital primit.	5192	78	109012	36	7761	59	141993	37
	Capital adic....	103819	58			134231	78		
43	Capital primit.	5400	50	114412	86	8149	67	150143	04
	Capital adic....	109012	36			141993	37		
44	Capital primit.	5616	52	120029	38	8557	15	158700	19
	Capital adic....	114412	86			150143	04		
45	Capital primit.	5841	18	125870	56	8985	01	167685	20
	Capital adic....	120029	38			158700	19		
46	Capital primit.	6074	82	131945	38	9434	26	177119	46
	Capital adic....	125870	56			167685	20		
47	Capital primit.	6317	82	138263	20	9905	97	187025	43
	Capital adic....	131945	38			177119	46		
48	Capital primit.	6570	53	144833	73	10401	27	197426	70
	Capital adic....	138263	20			187025	43		
49	Capital primit.	6833	35	151667	08	10921	33	208348	03
	Capital adic....	144833	73			197426	70		
50	Capital primit.	7106	68	158773	76	11467	40	219815	43
	Capital adic....	151667	08			208348	03		

ÍNDICE.

Uso de la Tabla tercera, relativa á imposiciones anuales sucesivas é iguales, pero cuya cuota varia segun el número de años pedido.

Uso de la cuarta Tabla, relativa á imposiciones anuales y sucesivas de una misma cantidad ó de cantidad diferente.

Aplicacion especial de la Tabla cuarta á la amortizacion de la deuda pública.